

Derivadas (1)

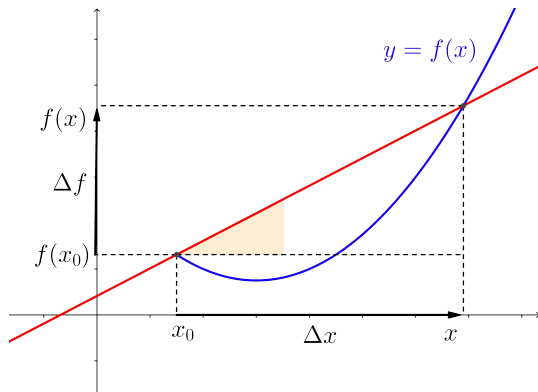
Jesús García de Jalón de la Fuente

IES Ramiro de Maeztu
Madrid

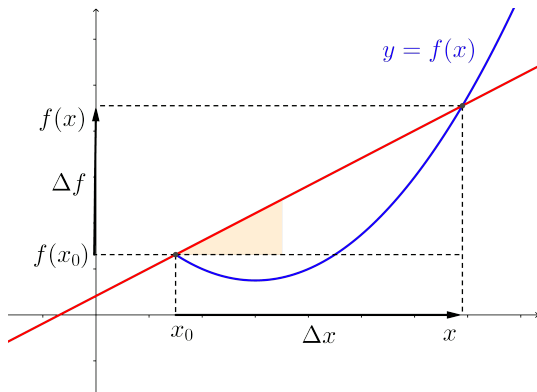
2020

Derivada en un punto

Derivada en un punto



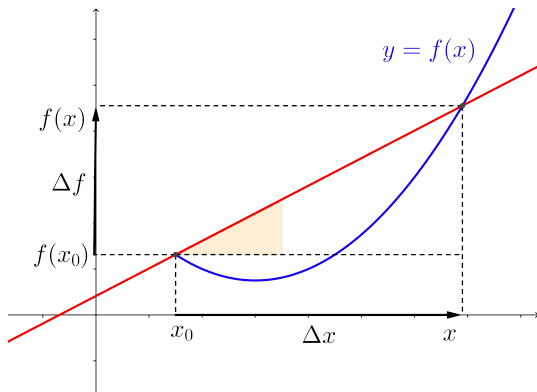
Derivada en un punto



La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 se define como:

$$\begin{aligned} f'(x_0) &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \end{aligned}$$

Derivada en un punto

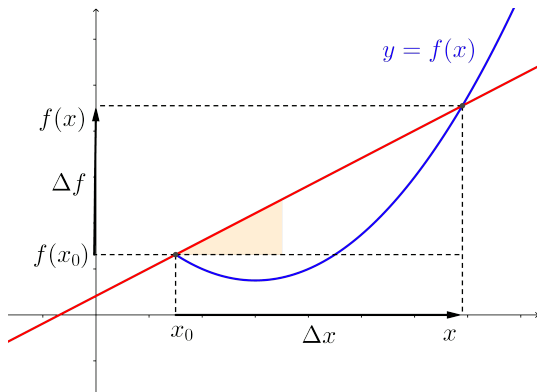


La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 se define como:

$$\begin{aligned} f'(x_0) &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \end{aligned}$$

Si existe la derivada $f'(x_0)$ la función es continua en x_0 .

Derivada en un punto



La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 se define como:

$$\begin{aligned} f'(x_0) &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\Delta f}{\Delta x} \\ &= \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \end{aligned}$$

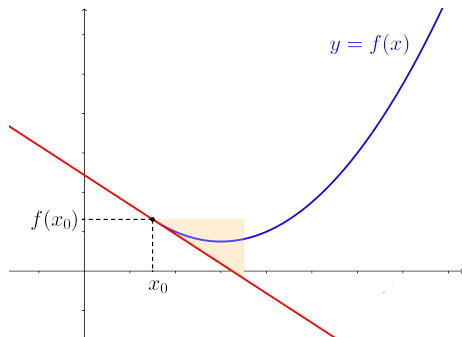
Si existe la derivada $f'(x_0)$ la función es continua en x_0 .

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = f'(x_0) \implies \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta f = 0$$

Derivada y tangente

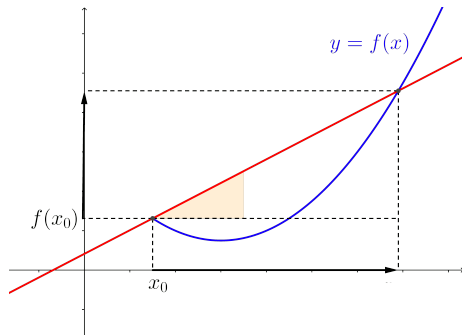
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



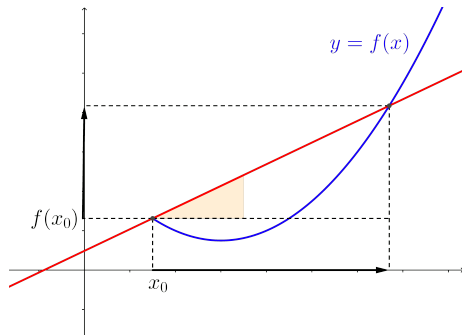
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



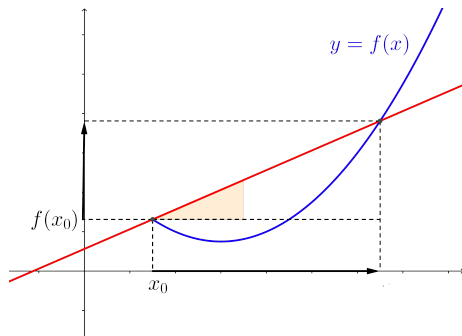
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



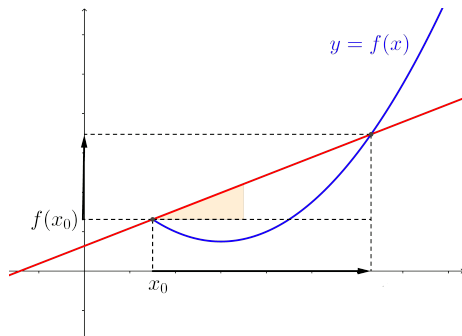
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



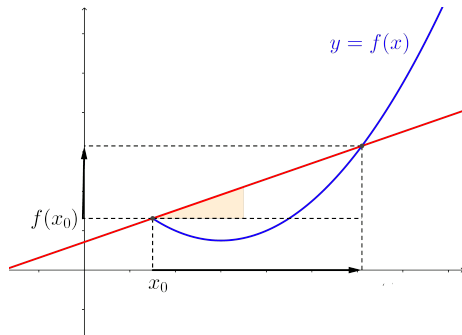
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



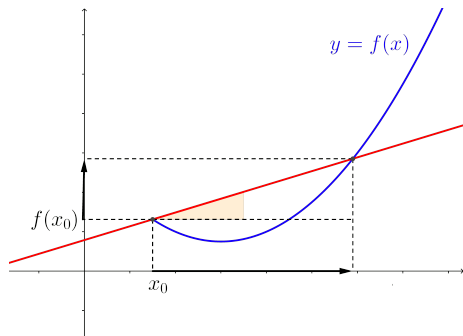
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



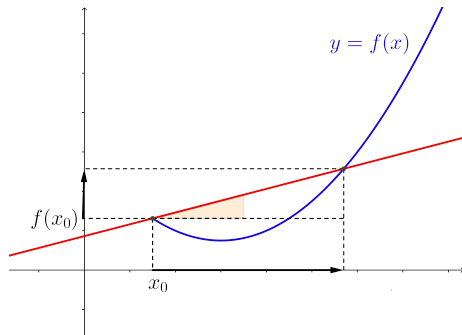
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



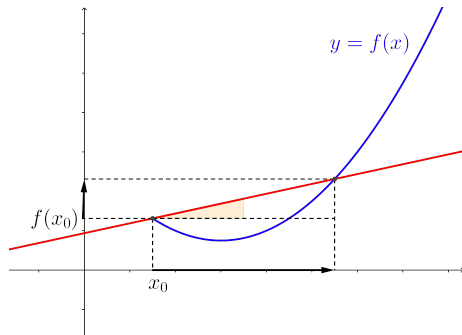
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



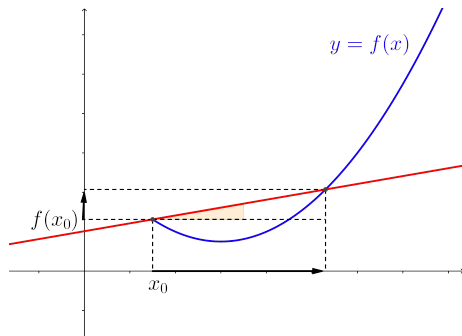
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



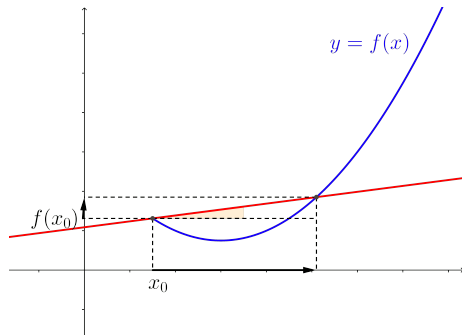
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



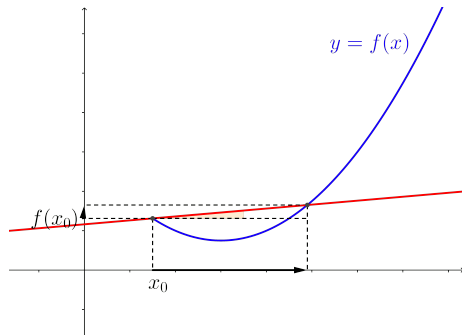
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



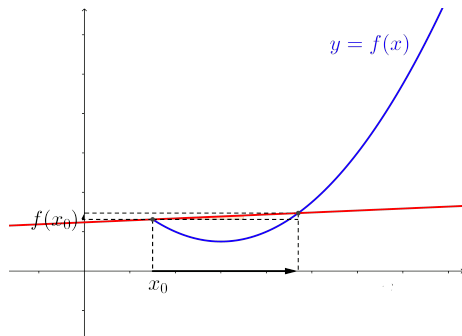
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



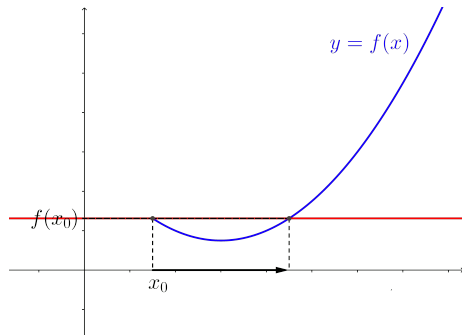
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



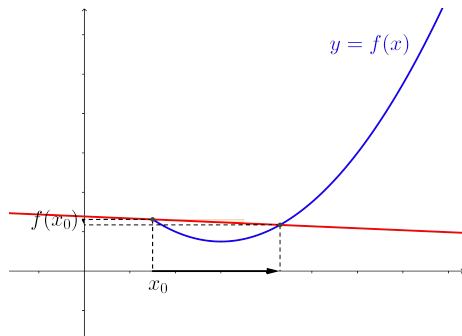
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



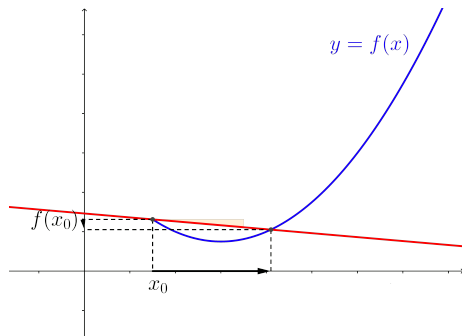
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



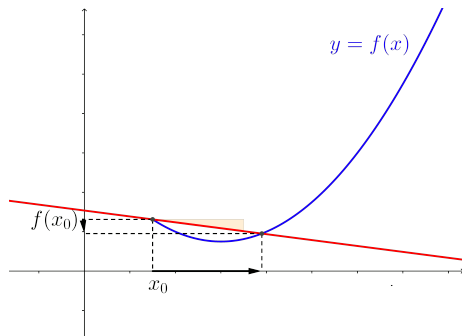
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



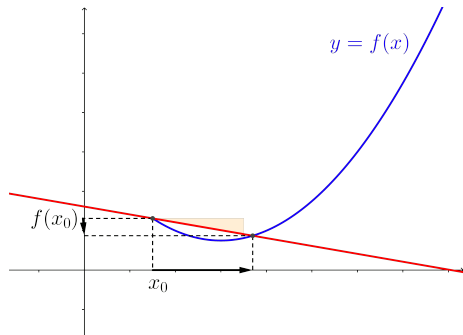
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



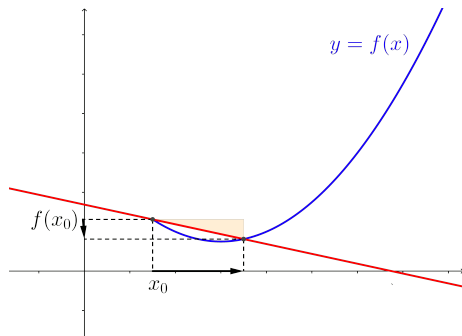
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



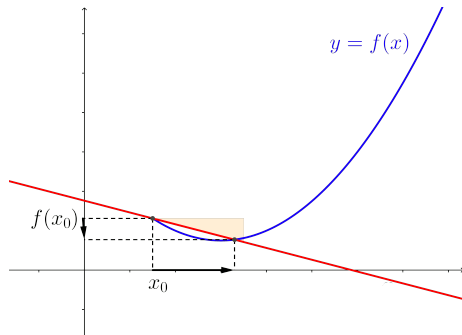
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



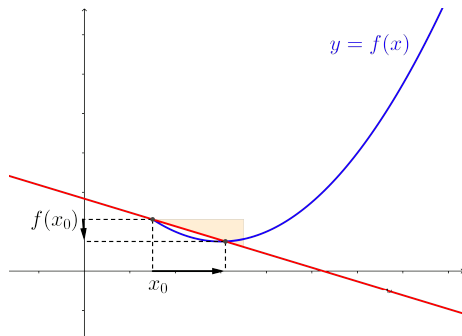
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



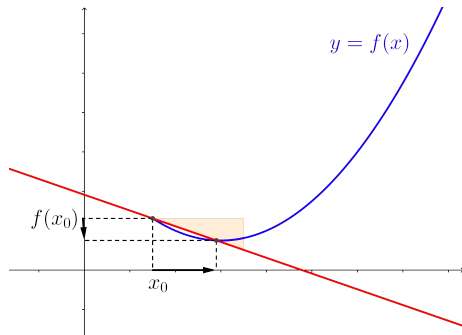
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



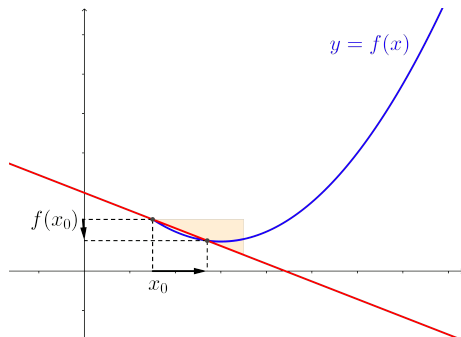
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



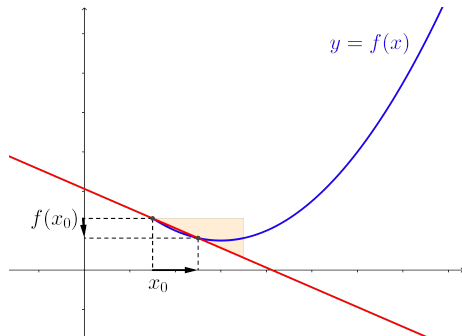
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



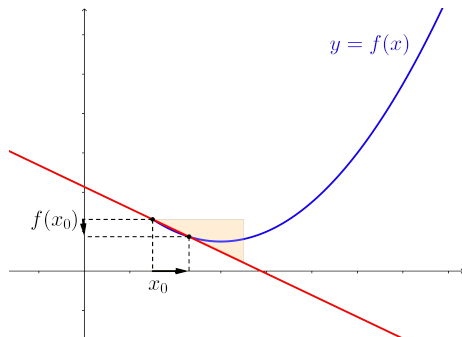
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



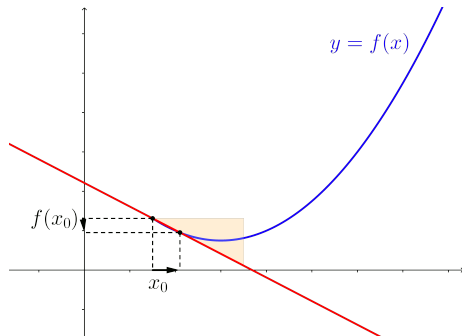
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



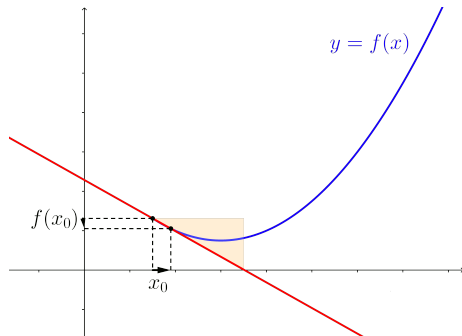
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



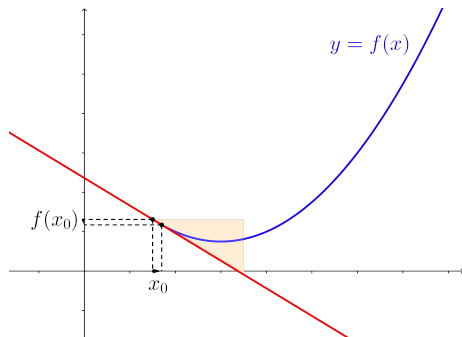
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



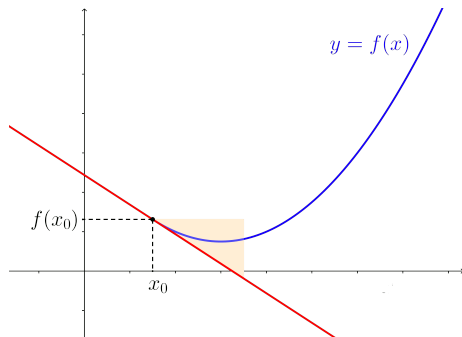
Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .



Derivada y tangente

La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .

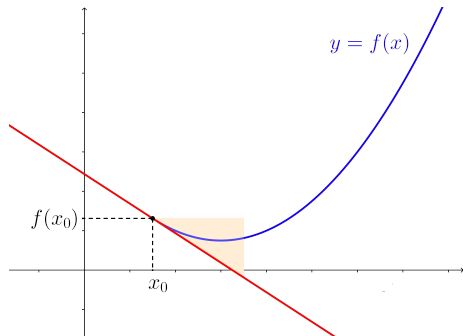


Derivada y tangente

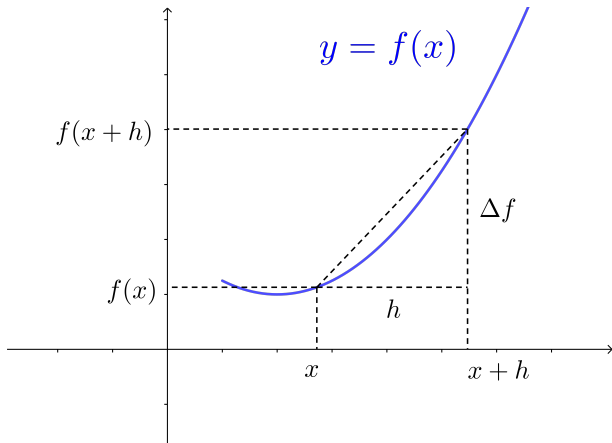
La derivada de la función $f(x)$ en el punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto de abscisa x_0 .

La ecuación de la recta tangente es:

$$y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$$



Función derivada



Definición

La función:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

se llama derivada de la función $f(x)$.

Definición

La función:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

se llama derivada de la función $f(x)$.

Por ejemplo, la derivada de la función $f(x) = x^2$ es:

Definición

La función:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

se llama derivada de la función $f(x)$.

Por ejemplo, la derivada de la función $f(x) = x^2$ es:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$$

Definición

La función:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

se llama derivada de la función $f(x)$.

Por ejemplo, la derivada de la función $f(x) = x^2$ es:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h}$$

Definición

La función:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

se llama derivada de la función $f(x)$.

Por ejemplo, la derivada de la función $f(x) = x^2$ es:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h)$$

Definición

La función:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

se llama derivada de la función $f(x)$.

Por ejemplo, la derivada de la función $f(x) = x^2$ es:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x$$

Derivada de las funciones potenciales

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h}$$

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \dots - x^n}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \dots - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + h \cdot \dots) \end{aligned}$$

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \dots - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + h \cdot \dots) \\ &= nx^{n-1} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \dots - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + h \cdot \dots) \\ &= nx^{n-1} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \sqrt{x}$:

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \dots - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + h \cdot \dots) \\ &= nx^{n-1} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \sqrt{x}$:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h}$$

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \dots - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + h \cdot \dots) \\ &= nx^{n-1} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \sqrt{x}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \dots - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + h \cdot \dots) \\ &= nx^{n-1} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \sqrt{x}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \dots - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + h \cdot \dots) \\ &= nx^{n-1} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \sqrt{x}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones potenciales

Sea $f(x) = x^n$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^n - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^n + nx^{n-1}h + \dots - x^n}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (nx^{n-1} + h \cdot \dots) \\ &= nx^{n-1} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \sqrt{x}$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h} - \sqrt{x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+h} - \sqrt{x})(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x+h-x}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h(\sqrt{x+h} + \sqrt{x})} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{x} \right) \end{aligned}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{x} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{x} \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{x} \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = e^x$:

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{x} \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = e^x$:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{x} \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = e^x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x e^h - e^x}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{x} \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = e^x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x e^h - e^x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x (e^h - 1)}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{x} \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = e^x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x e^h - e^x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x (e^h - 1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x h}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones logarítmicas y exponenciales

Sea $f(x) = \ln x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{x+h}{x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{x} \\ &= \frac{1}{x} \end{aligned}$$

Sea $f(x) = e^x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x e^h - e^x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x (e^h - 1)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x h}{h} \\ &= e^x \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \text{sen } x$:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x+h) - \text{sen } x}{h}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \operatorname{sen} x}{2h} + \cos x \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \operatorname{sen} x}{2h} + \cos x \\ &= \cos x \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \operatorname{sen} x}{2h} + \cos x \\ &= \cos x \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \cos x$:

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \operatorname{sen} x}{2h} + \cos x \\ &= \cos x \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \cos x$:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \sin x$:

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \cos h + \cos x \sin h - \sin x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x(\cos h - 1) + \cos x \sin h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \sin h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \sin x}{2h} + \cos x \\&= \cos x\end{aligned}$$

Sea $f(x) = \cos x$:

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos h - \sin x \sin h - \cos x}{h}\end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \operatorname{sen} x}{2h} + \cos x \\ &= \cos x \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \cos x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos h - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h - \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos h - 1) - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \operatorname{sen} x}{2h} + \cos x \\ &= \cos x \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \cos x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos h - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h - \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos h - 1) - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos h - 1)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} h}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \operatorname{sen} x}{2h} + \cos x \\ &= \cos x \end{aligned}$$

Sea $f(x) = \cos x$:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos h - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h - \cos x}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos h - 1) - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos h - 1)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \operatorname{sen} x}{h} \end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \operatorname{sen} x}{2h} + \cos x \\&= \cos x\end{aligned}$$

Sea $f(x) = \cos x$:

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos h - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h - \cos x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos h - 1) - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos h - 1)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \operatorname{sen} x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \cos x}{2h} - \operatorname{sen} x\end{aligned}$$

Derivada de las funciones circulares

Sea $f(x) = \operatorname{sen} x$:

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}(x+h) - \operatorname{sen} x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \cos h + \cos x \operatorname{sen} h - \operatorname{sen} x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1) + \cos x \operatorname{sen} h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x(\cos h - 1)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \operatorname{sen} h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \cos x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \operatorname{sen} x}{2h} + \cos x \\&= \cos x\end{aligned}$$

Sea $f(x) = \cos x$:

$$\begin{aligned}f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos(x+h) - \cos x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \cos h - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h - \cos x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos h - 1) - \operatorname{sen} x \operatorname{sen} h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x(\cos h - 1)}{h} - \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x \operatorname{sen} h}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cos x \left(-\frac{h^2}{2}\right)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h \operatorname{sen} x}{h} \\&= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h^2 \cos x}{2h} - \operatorname{sen} x \\&= -\operatorname{sen} x\end{aligned}$$

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h}$$

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{1 + x + h}{1 + x} \end{aligned}$$

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{1 + x + h}{1 + x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{1 + x} \right) \end{aligned}$$

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{1 + x + h}{1 + x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{1 + x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{1 + x} \end{aligned}$$

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{1 + x + h}{1 + x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{1 + x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{1 + x} \\ &= \frac{1}{1 + x} \end{aligned}$$

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{1 + x + h}{1 + x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{1 + x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{1 + x} \\ &= \frac{1}{1 + x} \end{aligned}$$

La pendiente de la recta tangente es:

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{1 + x + h}{1 + x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{1 + x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{1 + x} \\ &= \frac{1}{1 + x} \end{aligned}$$

La pendiente de la recta tangente es:

$$m = f'(x_0) = \frac{1}{1 + 0} = 1$$

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- La recta tangente es:
- Calculemos la derivada de la función:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{1 + x + h}{1 + x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{1 + x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{1 + x} \\ &= \frac{1}{1 + x} \end{aligned}$$

La pendiente de la recta tangente es:

$$m = f'(x_0) = \frac{1}{1 + 0} = 1$$

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

- La recta tangente es:

$$y = x$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{1 + x + h}{1 + x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{1 + x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{1 + x} \\ &= \frac{1}{1 + x} \end{aligned}$$

La pendiente de la recta tangente es:

$$m = f'(x_0) = \frac{1}{1 + 0} = 1$$

Ejemplo

Calcular la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \ln(1 + x)$ en el punto de abscisa $x_0 = 0$.

- La ordenada del punto de tangencia es $y_0 = \ln(1 + 0) = \ln 1 = 0$. Así pues, el punto de tangencia es $(0, 0)$.
- Calculemos la derivada de la función:

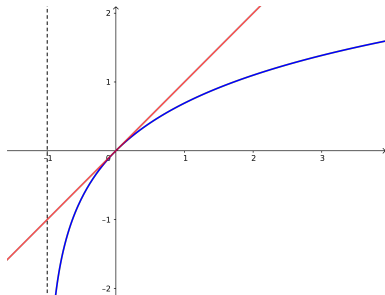
$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + x + h) - \ln(1 + x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \frac{1 + x + h}{1 + x} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \ln \left(1 + \frac{h}{1 + x} \right) \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \frac{h}{1 + x} \\ &= \frac{1}{1 + x} \end{aligned}$$

La pendiente de la recta tangente es:

$$m = f'(x_0) = \frac{1}{1 + 0} = 1$$

- La recta tangente es:

$$y = x$$



Gracias por vuestra atención