

Matemáticas I
2º Bachillerato
Problemas

1 Logaritmos

1. Calcular los siguientes logaritmos:

$$(a) \log_3 9 \quad (b) \log_5 125 \quad (c) \log_7 49 \quad (d) \log_2 16 \quad (e) \log_2 64$$

2. Calcular los siguientes logaritmos:

$$(a) \log_3 81 \quad (b) \log_3 729 \quad (c) \log_5 1 \quad (d) \log_3 \frac{1}{3} \quad (e) \log_3 \frac{1}{9}$$

3. Calcular los siguientes logaritmos:

$$(a) \log_2 \frac{1}{32} \quad (b) \log_5 \frac{1}{25} \quad (c) \log_5(-5) \quad (d) \log_3 \sqrt{3} \quad (e) \log_2 \sqrt[3]{2}$$

4. Calcular los siguientes logaritmos:

$$(a) \log_8 2 \quad (b) \log_5 \frac{1}{\sqrt{5}} \quad (c) \log_7 \frac{1}{\sqrt[3]{49}} \quad (d) \log_6 \frac{-1}{\sqrt{6}} \quad (e) \log_{49} 7$$

5. Despejar x en las siguientes igualdades:

$$(a) 2^x = 10 \quad (c) 3^{2x} = 6 \quad (e) 3^{x^2} = 6$$

$$(b) 5^x = 100 \quad (d) 7^{-3x} = 15 \quad (f) 3^{-5x^2} = 1$$

6. Despejar x en las siguientes igualdades:

$$(a) \log_2 x = 3 \quad (c) \log_3 x = 6 \quad (e) \log_4 x^2 = 6$$

$$(b) \log_5 x = 2 \quad (d) \log_7 x = \frac{1}{2} \quad (f) \log_{16} x = \frac{1}{4}$$

7. Siendo $\log 2 = 0.3010$, calcular $\log 4$.

8. Siendo $\log 2 = 0.3010$, calcular $\log 0.8$.

9. Conocido $\log 5 = 0.6990$, hallar $\log 2$; $\log 2.5$; $\log 625$; $\log 12.5$; $\log 0.032$.

10. Sabiendo que $\log 2 = 0.3010$ y $\log 3 = 0.4771$, calcular $\log 10.8$; $\log 56.25$.

11. Utilizar la fórmula del cambio de base para demostrar que:

$$\log_{\frac{1}{2}} x = -\log_2 x$$

12. Calcular los siguientes logaritmos:

$$(a) \log_8 \sqrt{2} \quad (b) \log_{81} \sqrt[3]{9} \quad (c) \log_{\frac{1}{7}} \sqrt{7} \quad (d) \log_{\frac{1}{\sqrt{3}}} 3 \quad (e) \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{8} \quad (f) \log_{16} \sqrt{8}$$

13. Calcular los siguientes logaritmos:

$$(a) \log_3 \sqrt{27} \quad (b) \log_{49} 343 \quad (c) \log_9 \frac{1}{\sqrt[3]{3}} \quad (d) \log_{25} \frac{1}{5} \quad (e) \log_{16} \sqrt{32} \quad (f) \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} \sqrt[5]{16}$$

14. Simplificar expresando como un solo logaritmo:

$$(a) \log_3 7 + \log_3 2 \quad (b) \log 15 - \log 5 \quad (c) \ln 5 + \ln 6 - \ln 10$$

2 Polinomios

15. Hallar el valor numérico de $2x^5 + 3x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 6x - 1$ para $x = 1$, $x = -1$ y $x = \frac{1}{2}$.

Hallar el cociente y el resto de las siguientes divisiones:

$$16. \quad (3x^5 - 2x^4 + x^3 - 6x^2 + x - 1) : (x - 1)$$

17. $(3x^3 + 5x^2 - 6x - 2) : (x - 2)$
18. $(2x^5 + 6x^4 - 3x^3 + 9x^2 + 12x - 18) : (x + 3)$
19. $(x^5 - 3x^4 + 2x^3 - x^2 + 4x - 6) : (x - 1)$
20. $(x^6 - 3x^4 + 2x^3 - x + 4) : (x - 2)$

Aplicar los teoremas del factor y el resto para resolver los siguientes problemas:

21. Hallar el valor de a para que el trinomio $4x^2 - 6x + a$ sea divisible por $x - 3$.
22. Qué valor habrá que dar a n para que el polinomio $x^3 - 6x^2 + 2nx - 1$ sea divisible por $x - 6$.
23. Determinar m con la condición de que el polinomio $2x^4 + 5x^3 + mx^2 + 4$, sea divisible por $x + 4$.
24. Determinar n para que en el polinomio $3x^4 - 4x^2 + x - n$ de un resto 25 al dividirlo por $x - 3$.
25. En el polinomio $5x^4 - 7x^3 + 2x^2 + 4x + m$ determinar m para que al dividirlo por el binomio $x - 2$ de de resto 130.
26. Determinar n para que en el polinomio $3x^4 - 2x^3 + x - n$, de al dividirlo por $x - 1/2$, un resto igual a 1.

Factorizar:

27. $x^2 - 4x + 3$
28. $2x^2 - 2x - 4$
29. $3x^2 + 9x + 6$
30. $5x^2 + 10x - 15$
31. $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
32. $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
33. $3x^3 + 5x^2 - 4x - 4$
34. $2x^3 + 4x^2 - 2x - 4$
35. $x^4 + x^3 - x^2 - x$
36. $x^4 - 5x^2 + 4$
37. $4x^4 - 17x^2 + 4$
38. $x^3 - 4x^2 + x + 6$.
39. $x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - 12$.

Simplificar:

40. $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$
41. $\frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$
42. $\frac{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}{x^4 - 2x^3 + x^2}$

3 Ecuaciones y sistemas

Resolver las siguientes ecuaciones de primer grado:

$$43. \frac{13 - 7x}{20} - \frac{26 + x}{25} = \frac{2x + 7}{5} - \frac{1 - 9x}{10}$$

$$44. \frac{3x + 17}{8} - \frac{1 - 4x}{13} = \frac{1 - x}{4} - \frac{9 - x}{6}$$

$$45. \frac{x}{6} - \frac{2x - 1}{6} - \frac{1}{3} \left(\frac{2}{5} - \frac{x}{3} \right) = 0$$

$$46. \frac{x - 1}{4} - \frac{x - 9}{2} = \frac{1}{8} \left(\frac{x - 5}{4} - \frac{14 - 2x}{6} \right) + \frac{43}{24}$$

Resolver las siguientes ecuaciones de segundo grado:

$$47. 3x^2 + 24x + 21 = 0$$

$$48. 3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$49. \frac{x}{x - 2} - \frac{4}{x + 2} = \frac{32}{x^2 - 4}$$

$$50. \frac{x}{x + 1} + \frac{2}{x - 1} = \frac{8}{x^2 - 1}$$

$$51. \frac{x + 3}{x - 5} + \frac{x - 5}{x - 3} = 1$$

Resolver las siguientes ecuaciones bicuadradas:

$$52. x^4 - 25x^2 + 144 = 0$$

$$53. 4x^4 - 17x^2 + 4 = 0$$

$$54. 36x^4 - 13x^2 + 1 = 0$$

$$55. 9x^4 + 5x^2 - 4 = 0$$

Resolver las siguientes ecuaciones irracionales:

$$56. \sqrt{x^2 - 1} = x - 1$$

$$57. \sqrt{9x^2 + 2x - 3} = 3x - 2$$

$$58. \sqrt{36 + x} = 2 + \sqrt{x}$$

$$59. 2\sqrt{x - 3} + \sqrt{4x - 1} = 1$$

Resolver las siguientes ecuaciones factorizando previamente el polinomio:

$$60. x^3 - 3x^2 - 4x = 0$$

$$61. x^4 - 3x^3 - 10x^2 = 0$$

$$62. 6x^3 - 13x^2 + 4 = 0$$

$$63. 5x^3 + 19x^2 + 11x - 3 = 0$$

$$64. 20x^4 - 71x^3 - 170x^2 + 119x + 30 = 0$$

Resolver las siguientes ecuaciones exponenciales:

65. $3^{2x+5} = 3^7$

66. $5^{x+3} = 25$

67. $5^{x^2-5x+6} = 1$

68. $3^x \cdot (3^2)^x = 9^3$

69. $3^{x^2-1} \cdot 3^{2x-4} \cdot 3^5 = 6561$

70. $7^{2x+3} - 8 \cdot 7^{x+1} + 1 = 0$

71. $2^{2x-6} + 1 = 5 \cdot 2^{x-4}$

72. $5^{2x-2} + 125 = 6 \cdot 5^x$

73. $3^{1-x} + 3^{2-x} = \frac{4}{27}$

Resolver las siguientes ecuaciones logarítmicas:

74. $\log(x^2 + 3x + 2) - \log(x^2 - 1) = \log 2$

75. $\log(x^2 + 2x - 39) - \log(3x - 1) = 1$

76. $\log(7x - 9)^2 + \log(3x - 4)^2 = 2$

77. $\log x^2 - \log\left(x + \frac{11}{10}\right) = 1$

78. $2 \log x - \log 4 = \log 9$

79. $2 \log 2x - \log x = 1$

80. $2 \log x + \log(x^2 + 15) = \log 16$

81. $2 \log x + \log(x^2 + 2) = \log 3$

Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones:

82.
$$\begin{cases} x - y = 10 \\ xy = 56 \end{cases}$$

83.
$$\begin{cases} x + y = 29 \\ xy = 100 \end{cases}$$

84.
$$\begin{cases} x + y = 5 \\ x^2 - xy = -3 \end{cases}$$

85.
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 - y^2 = 5 \end{cases}$$

86.
$$\begin{cases} x - 2y = 2 \\ x^2 - 2xy = 20 \end{cases}$$

87.
$$\begin{cases} x = 2y \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

88.
$$\begin{cases} x + y = 13 \\ x^2 + y^2 = 109 \end{cases}$$

89.
$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 - y^2 = 7 \end{cases}$$

Resolver las siguientes inecuaciones de primer grado:

90. $\frac{x}{3} - \frac{x-2}{12} + 3x < \frac{1}{4} + x$

91. $\frac{27-x}{2} > \frac{9}{2} + \frac{7x-54}{10}$

Resolver las siguientes inecuaciones:

92. $x^2 - 5x + 4 < 0$

93. $1 - x^2 > 0$

94. $x^2 - 4x - 5 \leq 0$

95. $12 + x - x^2 \geq 0$

96. $\frac{x-1}{x+3} < 0$

97. $\frac{x^2-x}{x-5} \geq 0$

98. $\frac{x+3}{x-4} \leq 1$

99. $\frac{x^2-3x+2}{x^2+1} > 0$

Soluciones: (52) $x = -3, x = 3, x = -4, x = 4$ (53) $x = -2, x = 2, x = -\frac{1}{2}, x = \frac{1}{2}$ (54) $x = -1, x = 1, x = -\frac{3}{2}, x = \frac{3}{2}$ (55) $x = -\frac{2}{3}, x = \frac{2}{3}$ (56) $x = 1$ (57) no tiene solución (58) $x = 64$ (59) no tiene solución (60) $x = -1, x = 0, x = 4$ (61) $x = -2, x = 0, x = 5$ (62) $x = -\frac{1}{2}, x = \frac{3}{4}, x = 2$ (63) $x = -3, x = -1, x = \frac{1}{5}$ (64) $x = -2, x = -\frac{1}{5}, x = \frac{3}{4}, x = 5$ (65) $x = 1$ (66) $x = -1$ (67) $x = 1$ (68) $x = 2$ (69) $x = -4, x = 2$ (70) $x = -1, x = -2$ (71) $x = 2, x = 4$ (72) $x = 2, x = 3$ (73) $x = 4$ (74) $x = 4$ (75) $x = 29$ (76) $x = \frac{31}{23}, x = \frac{129}{37}$ (77) $x = -1, x = 11$ (78) $x = 6$ (79) $x = \frac{5}{2}$ (80) $x = 1$ (81) $x = 1$ (82) $(-4, -14), (14, 4)$ (83) $(25, 4), (4, 25)$ (84) $(1, 4), (\frac{3}{2}, \frac{7}{2})$ (85) $(3, 2)$ (86) $(10, 4)$ (87) $(4, 2), (-4, -2)$ (88) $(10, 3), (3, 10)$ (89) $(4, 3)$ (90) $(-\infty, \frac{1}{27})$ (91) $(-\infty, 12)$ (92) $(1, 4)$ (93) $(-1, 1)$ (94) $[-1, 5]$ (95) $[-3, 4]$ (96) $(-3, 1]$ (97) $[0, 1] \cup (5, \infty)$ (98) $(-\infty, 4)$ (99) $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$

4 Trigonometría

100. Calcular cuánto mide en grados, minutos y segundos un ángulo de un radián.

101. Completar la siguiente tabla:

φ	$\text{sen } \varphi$	$\text{cos } \varphi$	$\text{tg } \varphi$	$\text{cotg } \varphi$	$\text{sec } \varphi$	$\text{cosec } \varphi$
30°						
45°						
60°						

102. Calcular los ángulos de un triángulo rectángulo conocidos dos de sus lados:

- (a) $b = 3, c = 4$
- (b) $b = 5, c = 12$
- (c) $b = 7, a = 25$
- (d) $c = 8, a = 17$

103. Calcular las longitudes de los lados de un triángulo rectángulo dados un ángulo y un lado:

- (a) $b = 5, C = 40^\circ$
- (b) $b = 3, B = 10^\circ$
- (c) $c = 8.21, B = 26^\circ 31'$
- (d) $a = 7, B = 64^\circ 17'$

104. Calcular los elementos de un triángulo isósceles conocido:

- (a) La base 5 m y el ángulo opuesto $43^\circ 16'$
- (b) La base 10.5 m y la altura 9.5 m
- (c) El lado 45.6 m y un ángulo en la base $38^\circ 42'$

105. Calcular el área de un trapecio isósceles cuya base menor es de 14 m; cuyos lados miden 5.3 m y el ángulo de éstos con la base menor es de $135^\circ 28'$

106. Calcular la apotema, el lado y el área de un heptágono regular inscrito en una circunferencia de 3 m de radio.

107. Calcular el radio, la apotema y el área de un octógono regular de 1 m de lado.

108. Calcular el área del sector y del segmento circular menor correspondientes a una cuerda de un metro en un círculo de radio 0.75 m.

109. Una pirámide regular cuadrada tiene 3 m de arista básica y 6 m de arista lateral. Calcular:

- (a) La altura
- (b) La apotema

- (c) El volumen
(d) La superficie

110. Resolver los triángulos dados por los siguientes elementos:

- (a) $a = 32.45$ m, $A = 64^{\circ}6'$, $B = 48^{\circ}58'$
 (b) $c = 34.69$ m, $A = 19^{\circ}19'$, $B = 20^{\circ}20'$
 (c) $b = 50.01$ cm, $c = 66.60$ cm, $C = 57^{\circ}21'$
 (d) $a = 963.8$ m, $b = 1266$ m, $A = 18^{\circ}45'$

111. Desde dos puntos en línea recta con el pie de una torre se ve el extremo de ésta con ángulos de inclinación de $36^{\circ}30'$ y $23^{\circ}15'$. Si la distancia entre estos dos puntos es de 35 m hallar la altura de la torre.

112. Resolver los triángulos dados por los siguientes elementos:

- (a) $b = 0.609$ m, $c = 1.532$ m, $A = 11^{\circ}59'$
 (b) $a = 15.2$ cm, $b = 20.72$ cm, $C = 63^{\circ}20'$

113. Completar el siguiente cuadro:

	30°	45°	60°	0°	90°	180°	270°	360°	-30°	-45°	-60°
CUADRANTE											
SENO											
COSENO											
TANGENTE											

114. Completar:

	120°	135°	150°	210°	225°	240°	300°	315°	330°	-90°
CUADRANTE										
SENO										
COSENO										
TANGENTE										

115. Sin utilizar la calculadora, obtener todos los valores de x que cumplen que:

(a) $\operatorname{sen} x = \frac{1}{2}$ (b) $\operatorname{cos} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (c) $\operatorname{tg} x = 1$ (d) $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}$

116. Lo mismo:

(a) $\operatorname{cos} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (b) $\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (c) $\operatorname{cos} x = \frac{1}{2}$ (d) $\operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

117. Lo mismo:

(a) $\operatorname{tg} x = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (b) $\operatorname{cos} x = -\frac{1}{2}$ (c) $\operatorname{tg} x = -1$ (d) $\operatorname{sen} x = -\frac{1}{2}$

118. Lo mismo:

$$(a) \operatorname{sen} x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (b) \operatorname{cos} x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (c) \operatorname{tg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (d) \operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$$

119. Lo mismo:

$$(a) \operatorname{cos} x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (b) \operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

120. Resolver las siguientes ecuaciones trigonométricas:

$$\begin{array}{ll} (a) \operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} x - \operatorname{tg} x = 0 & (b) \operatorname{cos} 2x = 2 \operatorname{sen} x \\ (c) 3 \operatorname{cos}^2 x - 2 \operatorname{sen} x - 2 = 0 & (d) 2 + \operatorname{cos} x \operatorname{sen} x = 8 \operatorname{sen}^2 x \\ (e) 3 \operatorname{cos} 2x - 7 \operatorname{cos} x - 2 = 0 & (f) 2 \operatorname{sen} 2x = \operatorname{tg} x \\ (g) \operatorname{cosec}^2 x = 3 \operatorname{cotg} x - 1 & (h) \operatorname{cotg} x + 3 \operatorname{cotg} 2x - 1 = 0 \\ (i) 3 \operatorname{tg} x + 4 \operatorname{sen} x = 0 & (j) \operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} x = 0 \\ (k) \operatorname{sec}^2 x = 4 \operatorname{tg} x & (l) 3 \operatorname{sec}^2 x + 1 = 8 \operatorname{tg} x \end{array}$$

5 Números complejos

121. Calcular:

$$\begin{array}{ll} a) (3 + 2i)(2 - i) - (1 - i)(2 - 3i) & b) 3 + 2i(-1 + i) - (5 - 4i) \\ c) -2i - (4 - i)5i & d) (4 - 3i)(4 + 3i) - (4 - 3i)^2 \end{array}$$

122. Calcular en forma binómica:

$$\begin{array}{ll} a) \frac{(3 + 3i)(4 - 2i)}{2 - 2i} & b) \frac{-2 + 3i}{(4 + 2i)(-1 + i)} \\ c) \frac{2 + 5i}{3 - 2i}(1 - i) & d) \frac{1 + i}{2 - i} + \frac{-3 - 2i}{1 + 3i} \end{array}$$

123. Calcular:

$$\begin{array}{ll} a) (1 - i)(4 - 2i) - 2i(1 + 3i) & b) \frac{1 + 2i}{2 - i}(2 + i) + \frac{1 - 2i}{2 + i}(2 - i) \\ c) \frac{2 - i}{3 - i} - \frac{1}{5} \left(\frac{1 + 8i}{1 + 3i} \right) & d) \frac{(2 + i)^2 - (1 - i)^2}{1 - (3/2)i} \\ e) \frac{2 - 2i}{i} + \frac{3 - 5i}{2 - i} \end{array}$$

124. Calcular: a) i^{37} b) i^{126} c) i^{87} d) i^{64} e) i^{-216}

Soluciones:

$$\begin{array}{l} 121. (a) 9 + 6i \quad (b) -4 + 2i \quad (c) -5 - 22i \quad (d) 18 + 24i \\ 122. (a) 3 + 6i \quad (b) -\frac{1}{10} + \frac{4}{5}i \quad (c) -\frac{4}{13} + \frac{19}{13}i \quad (d) -\frac{7}{10} + \frac{13}{10}i \\ 123. (a) 1 - 3i \quad (b) -2 \quad (c) \frac{1}{5} - \frac{1}{5}i \quad (d) -\frac{24}{13} + \frac{42}{13}i \quad (e) \frac{1}{5} - \frac{17}{5}i \end{array}$$

124. (a) i (b) -1 (c) $-i$ (d) 1 (e) 1

125. Calcular $m, n \in \mathbb{R}$ para que se verifique la igualdad:

$$(2 + mi) + (n + 5i) = 7 - 2i$$

126. Determinar $k \in \mathbb{R}$ para que se verifique:

$$\frac{k+i}{1+i} = 2 - i$$

127. Calcular $a, b \in \mathbb{R}$ para que se cumpla:

$$(a + bi)^2 = 3 + 4i$$

128. Dados los complejos $2 - ai$ y $3 + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$), hallar a y b para que su producto sea igual a $8 + 4i$.129. Calcular $a, b \in \mathbb{R}$ para que se cumpla:

$$a - 3i = \frac{2 + bi}{5 - 3i}$$

130. Hallar el valor de $b \in \mathbb{R}$ para que el producto $(3 - 6i)(4 + bi)$ sea: (a) Un número imaginario puro
(b) Un número real131. Determinar $a \in \mathbb{R}$ para que $(a - 2i)^2$ sea un número imaginario puro.132. Calcular $x \in \mathbb{R}$ para que el producto $(x + 2 + ix)(x - i)$ sea un número real.**Soluciones:**(125) $k = 3$ (126) $a = 2, b = 1, a = -2, b = -1$ (127) $a = \frac{2}{3}, b = 3, a = -2, b = -1$ (128) $a = \frac{11}{5}, b = -\frac{108}{5}$ (129) (a) $b = -2$
(b) $b = 8$ (130) $a = -2, a = 2$ (131) $x = -1, x = 2$

133. Expresar los siguientes números complejos en forma polar:

a) $1 - i$	b) $-1 + i$	c) $\sqrt{3} + i$	d) $-\sqrt{3} - i$
e) -4	f) $2i$	g) $-\frac{3}{4}i$	h) $2 + 2\sqrt{3}i$

134. Expresar en forma binómica:

a) 2_{45°	b) $3_{\frac{\pi}{6}}$	c) $\sqrt{2}_{180^\circ}$	d) 17_{0°
e) $1_{\frac{\pi}{2}}$	f) 5_{210°	g) 1_{150°	h) 4_{120°

135. Expresar en forma polar:

a) $(-1 - i)^5$	b) $\sqrt[4]{1 - \sqrt{3}i}$	c) $\sqrt[6]{64}$
d) $\sqrt[3]{8i}$	e) $(-2\sqrt{3} + 2i)^6$	f) $(3 - 4i)^3$

136. Calcular y representar gráficamente el resultado:

a) $\frac{i^7 - i^{-7}}{2i}$

b) $\left(\frac{1-i}{\sqrt{3}+i}\right)^3$

c) $\sqrt[3]{\frac{1+i}{2-i}}$

137. Calcular y representar las soluciones:

a) $\sqrt[3]{4-4\sqrt{3}i}$

b) $\sqrt[4]{-16}$

c) $\sqrt[3]{8i}$

138. Calcular pasando previamente a la forma polar:

a) $(1+i\sqrt{3})^5$

b) $(-1-i\sqrt{3})^6(\sqrt{3}-i)$

c) $\sqrt[4]{-2+2\sqrt{3}i}$

d) $\frac{8}{(1-i)^5}$

e) $\sqrt[6]{-64}$

f) $\sqrt{-1-i}$

g) $\sqrt[3]{-i}$

h) $\sqrt{\frac{2-2i}{-3+3i}}$

Soluciones:

133. (a) $(\sqrt{2})_{315^\circ}$ (b) $(\sqrt{2})_{135^\circ}$ (c) 2_{30° (d) 2_{210° (e) 4_{180° (f) 2_{90° (g) $\left(\frac{3}{4}\right)_{270^\circ}$ (h) 4_{60°

134. (a) $\sqrt{2+\sqrt{2}i}$ (b) $3\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{3}{2}i$ (c) $-\sqrt{2}$ (d) 17 (e) i (f) $-\frac{5\sqrt{3}}{2}-\frac{5}{2}i$ (g) $-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ (h) $-2+2\sqrt{3}i$

135.

136.

137.

138. (a) $16(1+\sqrt{3}i)$ (b) $64(\sqrt{3}-i)$ (c) $(\sqrt{2})_{30^\circ}, (\sqrt{2})_{120^\circ}, (\sqrt{2})_{210^\circ}, (\sqrt{2})_{300^\circ}$ (d) $-1-i$ (e) $2_{30^\circ}, 2_{90^\circ}, 2_{150^\circ}, 2_{210^\circ}, 2_{270^\circ}, 2_{330^\circ}$ (f) $(\sqrt[4]{2})_{225^\circ/2}, (\sqrt[4]{2})_{405^\circ/2}$ (g) $1_{90^\circ}, 1_{210^\circ}, 1_{300^\circ}$ (h) $\sqrt{\frac{2}{3}}i, -\sqrt{\frac{2}{3}}i$

6 Geometría

139. Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $(3, 2)$ y $(-1, 0)$.
140. Dadas las rectas: $y = 5 - 2x$; $y = 2x - 3$, determinar las coordenadas de su punto de intersección.
141. La abscisa y ordenada en el origen de una recta son 3 y 4 respectivamente. Hallar su ecuación.
142. Encontrar la ecuación de la recta cuyas abscisa y ordenada en el origen, son respectivamente, 3 y -2 .
143. Dadas las rectas $x - 2y + 5 = 0$; $3x + y - 1 = 0$, hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de ambas y por el punto $(1, -1)$.
144. Hallar el ángulo que forman la recta $x + 3y = 4$, con la $3x - y = 7$.
145. Las rectas $mx + 2y = 3$; $5x + ny = 7$ se cortan en el punto $(-1, 3)$. Hallar la tangente del menor de los ángulos que forman.
146. Calcular la tangente del ángulo que forman las. rectas $x - 3y + 2 = 0$, $4x - 3y + 1 = 0$.
147. Hallar las ecuaciones de las, rectas que pasan por $(2, 3)$ y forman ángulo de 45° con la recta $3x - y + 4 = 0$.
148. Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto $(-3, 0)$ y forman con la $3x - 5y + 9 = 0$ un ángulo cuya tangente es $1/3$.
149. Determinar los valores de a y b a fin de que las rectas $ax + by - 1 = 0$; $2x - 3y + 4 = 0$ sean paralelas y que la primera pase por el punto $(1, 1)$.
150. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $(2, -1)$ y es paralela a la recta $x - 3 = 0$.
151. Dadas las $2x + y - 1 = 0$; $x - y - 2 = 0$, hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de ambas y es perpendicular a la $3x + 6y - 1 = 0$.
152. Dadas las rectas $6x + 5y + 7 = 0$; $ax + 2y + 3 = 0$; calcular el valor de a
- (a) Para que sean paralelas.
 - (b) Para que sean perpendiculares.
153. Determinar a y b sabiendo que las rectas $2x + 3y - b = 0$; $6x - ay - 1 = 0$, son perpendiculares y que la primera pasa por el punto $(1, 0)$.
154. Calcular los coeficientes a y b de las ecuaciones $ax - 2y = 0$; $bx + 6y = 5$, sabiendo que las rectas que representan son perpendiculares y que la primera pasa por el punto $(2, 3)$.
155. En las rectas $x + ay + 1 = 0$; $3x + y + b = 0$ determinar a y b a fin de que sean
- (a) Paralelas,
 - (b) Perpendiculares.
156. Hallar el lugar geométrico de los puntos que equidistan de los $(3, 2)$ y $(-1, 4)$.
157. Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos $(-1, 3)$ y $(0, -2)$.
158. Determinar el punto simétrico del $(2, 5)$ respecto a la recta $5x + y = 2$.
159. Determinar el punto simétrico del $(3, 2)$ respecto a la recta $2x + y = 3$.
160. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto de intersección de las $5x - 2y = 8$; $4x + 9y = 10$ y es perpendicular a la bisectriz del segundo cuadrante.
161. Hallar la ecuación de la perpendicular a la $2x - 3y + 7 = 0$ y que la corte en el punto medio del segmento que sobre ésta interceptan los ejes de coordenadas.
162. Hallar la distancia del punto $(0, 2)$ a la recta $3x - 4y - 2 = 0$.

163. Hallar la distancia del punto $(2, -1)$ a la recta que pasa por los puntos $(1, 1)$ y $(-2, -3)$.
164. Hallar la ecuación de la perpendicular a la recta AB siendo $A(1, 3)$, $B(-1, -1)$ en el punto A y la distancia de B a esta perpendicular.
165. Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto $(2, 1)$ y distan 3 unidades del $(2, -4)$.
166. Hallar la ecuación de cada una de las paralelas a la $4x - 3y + 4 = 0$ y que distan de ella 1 unidad.
167. Calcular la distancia que separa a las paralelas $4x + 3y + 4 = 0$, $4x + 3y - 6 = 0$.
168. Examinar si las rectas $3x + 4y + 3 = 0$; $6x + 8y + 11 = 0$, son paralelas y en caso afirmativo calcular la distancia entre ambas.
169. Calcular las coordenadas del circuncentro del triángulo de vértices $(2, 2)$, $(-2, 2)$, $(-2, -2)$.
170. Hallar las coordenadas del punto que equidista de los $(1, 1)$, $(2, 2)$ y que se halla situado sobre la recta $x - 3y - 3 = 0$.
171. Dada la recta $3x - 4y - 2 = 0$, y el punto $(2, 1)$ sobre ella, determinar en la recta los puntos que distan 5 unidades del dado.

7 Circunferencia

172. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro el punto $(2, 0)$ y radio 3.
173. Hallar la ecuación de la circunferencia de centro $(-1, 2)$ y que pasa por el punto $(3, -1)$.
174. Determinar el centro y el radio de la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$.
175. Determinar el centro y el radio de la circunferencia $2x^2 + 2y^2 - 6x - 2y + 3 = 0$.
176. Dada la circunferencia $x^2 + y^2 + 8x - 6y - 1 = 0$, determinar la ecuación de la circunferencia concéntrica con la dada, que pasa por el punto $(2, 3)$.
177. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasando por el punto $(4, -2)$ es tangente a los ejes de coordenadas.
178. Hallar la ecuación de la circunferencia que tiene por diámetro el segmento de la recta $3x + 2y - 12 = 0$ comprendido entre los ejes coordenados.
179. Una circunferencia de centro $(6, 5)$ es tangente a la recta $4x - 3y + 5 = 0$. Hallar la ecuación de la circunferencia.
180. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(1, -2)$ y $(-2, 2)$, y cuyo centro está situado en la recta $8x - 4y + 9 = 0$.
181. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $(2, 8)$ y es tangente a la recta $3x + 4y - 43 = 0$ en el punto $(5, 7)$.
182. Una circunferencia es tangente a los ejes de coordenadas y tiene su centro en la recta $x + y - 4 = 0$. Hallar su ecuación y las coordenadas de los puntos de tangencia con los ejes.
183. Hallar los puntos de intersección de la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ con la recta $y + x - 7 = 0$.
184. Determinar la posición relativa de la recta $x - 2y = 0$, respecto de la circunferencia $x^2 + (y - 4)^2 = 9$.
185. En la circunferencia $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 5 = 0$, determinar el punto más lejano y el más cercano al origen de coordenadas.
186. Deducir la posición relativa de la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$ y la recta $x + y - 9 = 0$.
187. Calcular la longitud del segmento interceptado en la recta $x - 2y + 5 = 0$ por la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ así como su distancia al centro.

188. Hallar la ecuación de las tangentes a la circunferencia $x^2 + y^2 = 25$ en los puntos de abscisa $x = 3$.
189. Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 + 4x - 11y - 12 = 0$ en el punto $(0, -1)$.
190. En la circunferencia $x^2 + y^2 = 4$, hallar las ecuaciones de las tangentes que forman un ángulo de 30° con la dirección positiva del eje de abscisas.
191. Hallar la ecuación de la tangente trazada en su punto $(2, 1)$ a la circunferencia $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$.
192. Determinar los valores de c a fin de que la recta $3x + 4y + c = 0$ sea tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 - 2x - 24 = 0$.
193. Hallar las ecuaciones de las circunferencias que pasan por los puntos $(0, 0)$, $(2, -2)$ y son tangentes a la recta $y + 4 = 0$.
194. Determinar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $(3, 4)$, $(4, 3)$ y es tangente a la recta $x + 3y - 5 = 0$.

8 Funciones y límites

195. Calcular el dominio de definición de las siguientes funciones:

$$(a) y = \frac{x+1}{x+3}$$

$$(b) y = \frac{1}{2x^2 - 5x + 2}$$

$$(c) y = \frac{2x}{x^2 + x + 1}$$

$$(d) y = \frac{x^2 + 1}{x^5 + x^4 + x^3 - x^2}$$

196. Calcular el dominio de definición de las siguientes funciones:

$$(a) y = \sqrt{x+3}$$

$$(b) y = \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$$

$$(c) y = \ln(x^2 + x + 1)$$

$$(d) y = \ln(x^5 - x^4 + x^3 - x^2)$$

197. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} (3x^2 - x + 5)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 - x + 5)$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} + 3 \right)$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2} + 3 \right)$$

198. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x^2 - 4x + 4}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2 - 4x + 4}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 5x^2 + x - 1}{3x^2 + 4x + 2}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{5x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 1}$$

199. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4}{3x^3 - 2x^2 + 6x + 1}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6x^2 + x + 14}{x^3 + x^2 + 2}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 6x^2 + 6}{x^4 - x^3 + x - 1}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^4}{x^3 + x^2}$$

200. Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$

(b) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 10x + 12}{x^3 + 2x^2 - 2x + 3}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{x^3 + 4x^2 - 11x - 2}$

(d) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 4x + 4}{x^4 + 4x^3 + 4x^2}$

201. Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 6x^2 + 8x - 3}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{x^2-4} - \frac{x^2-4}{x-2} \right)$

(d) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x - \sqrt{5}}{x^2 - 5}$

202. Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{x} - \sqrt{5}}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 3x + 2}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2} - x)$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 2})$

203. Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^3 - x^2 + 1} - \sqrt{x^3 - x + 1})$

(b) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{\sqrt{x-2}} \right)$

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1-x} - 1}{x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{2x} \right)^x$

204. Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x+1}{2x^2} \right)^{x^2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{2x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2-2} \right)^x$

(d) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2}{2x} \right)^{\frac{1}{x-2}}$

205. Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \ln x$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log_3 x$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \log_{1/2} x$

(d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x$

(e) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_5 x$

(f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{1/3} x$

(g) $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+x)$

(h) $\lim_{x \rightarrow 5} \log_5 x$

(i) $\lim_{x \rightarrow 1} \log_3 x$

(j) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{3}} \log_3 \frac{1}{x}$

206. Calcular los siguientes límites:

(a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 2}$

(b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 5}{x^2 + 1}$

(c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 1}{x^3 - 3x^2 + 2x - 1}$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 2}{x^4 - 1} \quad (e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 3x^3 + 2}{4x^4 + 2} \quad (f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5 - 3x^3 + 2x}{x^3 - 5x + 6}$$

207. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{e^x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - 1}{x^2} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 3}{1 + e^x}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2^x}{3^x} \quad (e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2^x + x} \quad (f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5^x}{3^x}$$

208. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{5 \ln x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{e^x}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sen} x}{x} \quad (e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sen} x}{\ln x} \quad (f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\operatorname{sen} x}$$

209. Calcular los siguientes límites:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen} x}{x^2} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 x}{3x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arsen} x}{1 - \cos x}$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\operatorname{artg} x} \quad (e) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sen}^2 x}{\cos x - 1} \quad (f) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{tg} x}{3x}$$

210. Calcular las asíntotas de las siguientes curvas:

$$(a) y = \frac{2x + 1}{x - 3} \quad (b) y = \frac{x - 3}{2x + 4} \quad (c) y = \frac{1}{3x - 2}$$

211. Calcular las asíntotas de las siguientes curvas:

$$(a) y = \frac{2x + 1}{x^2 - 4} \quad (b) y = \frac{2x^2 + 1}{x^2 - 1} \quad (c) y = \frac{1}{x^2 + 1}$$

212. Calcular las asíntotas de las siguientes curvas:

$$(a) y = \frac{2x^2 + 1}{x - 3} \quad (b) y = \frac{x^3 + 1}{x^2 - 3x + 2} \quad (c) y = \frac{x^4 + 1}{x^2 - 3}$$

213. Calcular las asíntotas de:

$$(a) y = \ln(x^2 - 1) \quad (b) y = \frac{\ln x}{x} \quad (c) y = x \ln x$$

214. Calcular las asíntotas de:

$$(a) y = e^{-x} \quad (b) y = xe^x \quad (c) y = \frac{e^x}{x} \quad (d) y = e^{\frac{1}{x}}$$