



**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

**INSTRUCCIONES:** El examen presenta dos opciones: A y B. El alumno deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico.

**TIEMPO MÁXIMO:** Una hora y treinta minutos.

**CALIFICACIÓN:** Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

**OPCIÓN A**

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Estudiar y resolver el siguiente sistema lineal de ecuaciones:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 0 \\ -x - y = 1 \\ -y - z = -1 \end{cases}$$

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Sean las funciones  $f(x) = x^2 - 9$ ,  $g(x) = x^2 - x - 6$ . Calcular:

a)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$

(b) Los extremos relativos de  $g(x)$ , si existen.

(c) El área del recinto limitado por la gráfica de la función  $f(x)$ , el eje  $OX$  y las rectas  $x = 3$ ,  $x = 6$ .

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El 45% del censo de cierta ciudad vota al candidato A, el 35% al candidato B y el resto se abstiene. Se elige al azar tres personas del censo. Calcular la probabilidad de los siguientes sucesos:

(a) Las tres personas votan al candidato A.

(b) Dos personas votan al candidato A y la otra al candidato B.

(c) Al menos una de las tres personas se abstiene.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se estima que el tiempo de reacción de un conductor ante un obstáculo imprevisto tiene una distribución normal con desviación típica 0,05 segundos. Si se quiere conseguir que el error de estimación de la media no supere los 0,01 segundos con un nivel de confianza del 99%, ¿qué tamaño mínimo ha de tener la muestra de tiempos de reacción?

## OPCIÓN B

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Un vendedor quiere dar salida a 400 kg de garbanzos, 300 kg de lentejas y 250 kg de judías. Para ello hace dos tipos de paquetes. Los de tipo A contienen 2 kg de garbanzos, 2 kg de lentejas y 1 kg de judías y los de tipo B contienen 3 kg de garbanzos, 1 kg de lentejas y 2 kg de judías. El precio de venta de cada paquete es de 25 euros para los de tipo A y de 35 euros para los de tipo B. ¿Cuántos paquetes de cada tipo debe vender para obtener el máximo beneficio y a cuánto asciende éste?

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dada la función  $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$

- (a) Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- (b) Calcular sus asíntotas.
- (c) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en  $x = 0$

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

De una baraja española de cuarenta cartas se extraen sucesivamente tres cartas al azar. Determinar la probabilidad de obtener:

- (a) Tres reyes..
- (b) Una figura con la primera carta, un cinco con la segunda y un seis con la tercera.
- (c) Un as, un tres y un seis, en cualquier orden.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se probaron 10 automóviles, escogidos aleatoriamente de una misma marca y modelo, por conductores con la misma forma de conducir y en carreteras similares. Se obtuvo que el consumo medio de gasolina, en litros, por cada 100 kilómetros fue de 6,5. Estudios previos indican que el consumo de gasolina tiene una distribución normal de desviación típica 2 litros. Determinar un intervalo de confianza al 95% para la media del consumo de gasolina de estos automóviles.



### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones: A y B. El alumno deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico.

TIEMPO MÁXIMO: Una hora y treinta minutos.

CALIFICACIÓN: Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

### OPCIÓN A

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Calcular los valores de  $a$  para los cuales la inversa de la matriz

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} a & 4 \\ -4 & a \end{pmatrix}$$

coincide con su traspuesta.

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función  $f(x) = xe^{-x^2}$ .

- (a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x)$  en el punto de abscisa  $x=1$ .  
(b) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de  $f(x)$  para  $x \geq 0$ , el eje OX y la recta  $x=2$ .

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Un test para detectar una sustancia contaminante en el agua, presenta los siguientes resultados: si el agua no está contaminada, suceso que ocurre con una probabilidad igual a 0,99, el resultado del test es que el agua está contaminada con una probabilidad igual a 0,05. Cuando el agua está contaminada, el test lo detecta con una probabilidad igual a 0,99. Se ha realizado una prueba y el test indica que hay contaminación. Calcular la probabilidad de que el agua no esté realmente contaminada. Interpretar el valor numérico obtenido.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo de conexión a Internet de los alumnos de cierta universidad, sigue una distribución normal con desviación típica 15 minutos. Para estimar la media del tiempo de conexión, se quiere calcular un intervalo de confianza que tenga una amplitud menor o igual que 6 minutos, con un nivel de confianza del 95%. Determinar cuál es el tamaño mínimo de la muestra que es necesario observar.

## OPCIÓN B

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Determinar los valores máximo y mínimo de la función  $z = 5x+3y$  sujeta a las restricciones

$$3x + y \geq 4$$

$$x + y \leq 6$$

$$0 \leq y \leq 5$$

$$x \leq 5 .$$

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Sea la función  $f(x) = \frac{-x^3 + 1}{2x^2 + 2x - 12}$

Se pide:

- (a) Especificar su dominio de definición.
- (b) Estudiar su continuidad.
- (c) Calcular las asíntotas si las hubiera.

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se elige un número natural entre el 1 y el 20 de manera que todos tengan la misma probabilidad de ser escogidos. ¿Cuál es la probabilidad de que el número escogido sea divisible por 2 o por 3? ¿Cuál es la probabilidad de que sea divisible por 3 y no por 6?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se ha extraído una muestra de 150 familias de residentes en un barrio obteniéndose que la renta familiar media de la misma asciende a 20000 euros. Se supone que la renta familiar de los residentes en el barrio sigue una distribución normal de desviación típica 1500 euros.

- (a) A partir de estos datos, calcular un intervalo de confianza para la renta familiar media con un nivel de confianza del 95%.
- (b) ¿Qué tamaño muestral mínimo es necesario para conseguir, con un nivel de confianza del 90%, un error en la estimación de la renta familiar media no superior a  $\pm 142$  euros?



### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**INSTRUCCIONES:** El examen presenta dos opciones: A y B. El alumno deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico.

**TIEMPO MÁXIMO:** Una hora y media.

**CALIFICACIÓN:** Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

#### OPCIÓN A

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Un producto se compone de la mezcla de otros dos A y B. Se tienen 500 kg de A y 500 kg de B. En la mezcla, el peso de B debe ser menor o igual que 1,5 veces el de A. Para satisfacer la demanda, la producción debe ser mayor o igual que 600 kg. Sabiendo que cada kg de A cuesta 5 euros y cada kg de B cuesta 4 euros, calcular los kg de A y B que deben emplearse para hacer una mezcla de coste mínimo, que cumpla los requisitos anteriores. Obtener dicho coste mínimo.

2. (Puntuación máxima: 3 puntos) Calcular la integral definida

$$\int_{-1}^1 (|x| + x + 1) dx.$$

**Nota.** - La notación  $|x|$  representa el valor absoluto de  $x$ .

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Dos expertos,  $E_1$  y  $E_2$ , realizan peritaciones para una cierta compañía de seguros. La probabilidad de que una peritación haya sido realizada por  $E_1$  es 0,55 y por  $E_2$  es 0,45. Si una peritación ha sido realizada por  $E_1$ , la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es 0,98 y si ha sido realizada por  $E_2$ , la probabilidad de que de lugar al pago de una indemnización es 0,90. Un siniestro ha supuesto a la compañía el pago de una indemnización. Hallar la probabilidad de que la peritación haya sido realizada por  $E_2$ .

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En un servicio de atención al cliente, el tiempo de espera hasta recibir atención es una variable aleatoria normal de media 10 minutos y desviación típica 2 minutos. Se toman muestras aleatorias del tiempo de espera de los clientes que llegan en un día concreto. Se pide:

- ¿Cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de espera de una muestra de 25 clientes no supere los 9 minutos?
- ¿Cuál es la distribución de la media muestral si se toman muestras aleatorias de 64 clientes? Especificar sus parámetros.

## OPCIÓN B

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Hallar todas las matrices

$$X = \begin{pmatrix} a & 0 \\ b & c \end{pmatrix} ; \quad a, b, c \in \mathbb{R}$$

que satisfacen la ecuación matricial

$$X^2 = 2X.$$

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 4}{x^2 - 1}}.$$

- (a) Determinar su dominio de definición.
- (b) Obtener sus asíntotas.

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En una empresa se producen dos tipos de bombillas: halógenas y de bajo consumo, en una proporción de 3 a 4, respectivamente. La probabilidad de que una bombilla halógena sea defectuosa es 0,02 y de que una de bajo consumo sea defectuosa es 0,09. Se escoge al azar una bombilla y resulta no defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que sea halógena?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El precio de ciertos electrodomésticos puede considerarse una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 100 euros. Los precios en euros correspondientes a una muestra de 9 de estos electrodomésticos son:

255    85    120    290    80    80    275    290    135

- (a) Construir un intervalo de confianza al 98% para la media poblacional.
- (b) Hallar el tamaño mínimo que debe tener la muestra, para que con un nivel de confianza del 99%, el error de estimación del precio medio no supere los 50 euros.



### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**INSTRUCCIONES:** El examen presenta dos opciones: A y B. El alumno deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico.

**TIEMPO MÁXIMO:** Una hora y media.

**CALIFICACIÓN:** Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

### OPCIÓN A

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el sistema lineal de ecuaciones dependiente del parámetro real  $m$ :

$$\begin{cases} mx + y - 3z = 5 \\ -x + y + z = -4 \\ x + my - mz = 1 \end{cases}$$

(a) Discútase el sistema según los diferentes valores del parámetro  $m$ .

(b) Resuélvase el sistema para  $m = 2$ .

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{x^3}{a} - ax^2 + 5x + 10, \quad a \neq 0$$

(a) Obtener los valores de  $a$  para los cuales la función  $f(x)$  tiene un máximo en  $x = 1$ . (b) Calcular los extremos relativos de  $f(x)$  para  $a = 3$  y representar la función.

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Una cierta señalización de seguridad tiene instalados dos indicadores. Ante una emergencia los indicadores se activan de forma independiente. La probabilidad de que se active el primer indicador es 0,95 y de que se active el segundo es 0,90.

(a) Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active sólo uno de los indicadores.

(b) Hallar la probabilidad de que ante una emergencia se active al menos uno de los indicadores.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Una muestra aleatoria de 9 tarrinas de helado proporciona los siguiente pesos en gramos

88 90 90 86 87 88 91 92 89

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la media de la población, sabiendo que el peso de las tarrinas tiene una distribución normal con una desviación típica de 1,8 gramos.

## OPCIÓN B

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8 euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y está formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1.500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste.

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Sean las funciones:

$$f(x) = x^2 - 2x - 8; \quad g(x) = -\frac{x^2}{2} + x + 4$$

(a) Calcular  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{g(x)}$

(b) Calcular el área del recinto acotado limitado por las curvas  $f(x)$  y  $g(x)$ .

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En una población, el 40% son hombres y el 60% mujeres. En esa población el 80% de los hombres y el 20% de las mujeres son aficionados al fútbol.

(a) Calcular la probabilidad de que una persona elegida al azar sea aficionada al fútbol.

(b) Elegida al azar una persona resulta ser aficionada al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Calcular el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para garantizar que, en la estimación de la media de una población normal con varianza igual a 60, al 90% de confianza, el error de estimación cometido no sea superior a 3 unidades.



### INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El examen presenta dos opciones: A y B. El estudiante deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico. TIEMPO MÁXIMO: Una hora y media.

CALIFICACIÓN: Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

#### OPCIÓN A

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $k$

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = 0 \\ x - ky - 3z = 0 \\ 5x + 2y - z = 0 \end{cases}$$

Se pide:

- (a) Discutir el sistema para los distintos valores de  $k$ .
- (b) Resolver el sistema en los casos en los que sea posible.

2. (Puntuación máxima: 3 puntos) La función

$$B(x) = \frac{-x^2 + 9x - 16}{x}$$

representa, en miles de euros, el beneficio neto de un proceso de venta, siendo  $x$  el número de artículos vendidos. Calcular el número de artículos que deben venderse para obtener el beneficio máximo y determinar dicho beneficio máximo.

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Una caja con una docena de huevos contiene dos de ellos rotos. Se extraen al azar sin reemplazamiento (sin devolverlos después y de manera consecutiva) cuatro huevos.

- (a) Calcular la probabilidad de extraer los cuatro huevos en buen estado.
- (b) Calcular la probabilidad de extraer de entre los cuatro, exactamente un huevo roto.

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

En una encuesta se pregunta a 10.000 personas cuántos libros lee al año, obteniéndose una media de 5 libros. Se sabe que la población tiene una distribución normal con desviación típica 2.

- (a) Hallar un intervalo de confianza al 80% para la media poblacional.
- (b) Para garantizar un error de estimación de la media poblacional no superior a 0,25 con un nivel de confianza del 95%, ¿a cuántas personas como mínimo sería necesario entrevistar?

## OPCION B

1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Un mayorista vende productos congelados que presenta en envases de dos tamaños: pequeño y grande. La capacidad de sus congeladores no le permite almacenar más de 1000 envases en total. En función de la demanda sabe que debe mantener un stock mínimo de 100 envases pequeños y 200 envases grandes. La demanda de envases grandes es igual o superior a la de envases pequeños. El coste por almacenaje es de 10 céntimos de euro para cada envase pequeño y de 20 céntimos de euro para cada envase grande. ¿Qué cantidad de cada tipo de envases proporciona el mínimo gasto de almacenaje? Obtener dicho mínimo.

2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

(a) Hallar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f(x) = e^{2-x}$  en el punto donde ésta corta al eje de ordenadas.

(b) Calcular el área del recinto limitado por la gráfica de la función  $f(x) = x^2 - 4x$ , el eje OX y las rectas  $x = -1$ ,  $x = 4$ .

3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

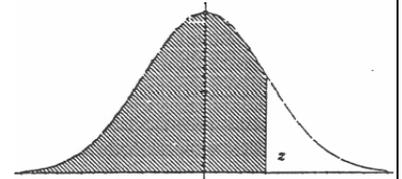
En un experimento aleatorio consistente en lanzar simultáneamente tres dados equilibrados de seis caras, se pide calcular la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos: "Obtener tres unos", "Obtener al menos un dos", "Obtener tres números distintos" y "Obtener una suma de 4".

4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Para una población  $N(\mu, \sigma = 25)$ , ¿qué tamaño muestral mínimo es necesario para estimar  $\mu$  mediante un intervalo de confianza, con un error menor o igual que 5 unidades, y con una probabilidad mayor o igual que 0,95 ?

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de z.



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7703	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9561	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9901	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9954	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990



**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

**INSTRUCCIONES:** El examen presenta dos opciones: A y B. El estudiante deberá elegir una de ellas y responder razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad gráfica o de cálculo simbólico.

**TIEMPO MÁXIMO:** Una hora y media.

**CALIFICACIÓN:** Cada ejercicio lleva indicada su puntuación máxima.

**OPCIÓN A**

**1. (Puntuación máxima: 3 puntos)**

En una empresa de alimentación se dispone de 24 kg de harina de trigo y 15 kg de harina de maíz, que se utilizan para obtener dos tipos de preparados: A y B. La ración del preparado A contiene 200 gr de harina de trigo y 300 gr de harina de maíz, con 600 cal de valor energético. La ración de B contiene 200 gr de harina de trigo y 100 gr de harina de maíz, con 400 cal de valor energético. ¿Cuántas raciones de cada tipo hay que preparar para obtener el máximo rendimiento energético total? Obtener el rendimiento máximo.

**2. (Puntuación máxima: 3 puntos)**

Se considera la curva de ecuación  $y = \frac{x^3}{x^2 + 1}$ . Se pide:

- (a) Hallar la ecuación de la recta tangente a dicha curva en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- (b) Hallar las asíntotas de la curva.

**3. (Puntuación máxima: 2 puntos)**

En un colectivo de inversores bursátiles, el 20% realiza operaciones via Internet. De los inversores que realizan operaciones via Internet, un 80% consulta InfoBolsaWeb. De los inversores bursátiles que no realizan operaciones via Internet sólo un 20% consulta InfoBolsaWeb. Se pide:

- (a) Obtener la probabilidad de que un inversor bursátil elegido al azar en este colectivo consulte InfoBolsaWeb.
- (b) Si se elige al azar un inversor bursátil de este colectivo y resulta que consulta InfoBolsaWeb, ¿cuál es la probabilidad de que realice operaciones por Internet?

**4. (Puntuación máxima: 2 puntos)**

La duración de las baterías de un determinado modelo de teléfono móvil tiene una distribución normal de media 34,5 horas y desviación típica 6,9 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 36 teléfonos móviles.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la duración media de las baterías de la muestra este comprendida entre 32 y 33,5 horas?
- (b) ¿Y de que sea mayor de 38 horas?

## OPCIÓN B

### 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones que depende del parámetro real  $p$

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ -x + 2y + pz = -3 \\ x - 2y - z = p \end{cases}$$

- (a) Discutir el sistema según los distintos valores de  $p$ .
- (b) Resolver el sistema para  $p = 2$ .

### 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 9}$$

- (a) Hallar sus asíntotas.
- (b) Calcular sus máximos y sus mínimos relativos, si existen.

### 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos, tales que  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(\overline{B}) = \frac{2}{5}$  y  $P(\overline{A} \cup \overline{B}) = \frac{3}{4}$ . Calcular

- (a)  $P(B|A)$ .
- (b)  $P(\overline{A}|B)$ .

Nota:  $\overline{A}$  representa el suceso complementario del suceso  $A$ .

### 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo de reacción de una alarma electrónica ante un fallo del sistema es una variable aleatoria normal con desviación típica 1 segundo. A partir de una muestra de 100 alarmas se ha estimado la media poblacional del tiempo de reacción, mediante un intervalo de confianza, con un error máximo de estimación igual a 0,2 segundos. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado la estimación?



**INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN**

**Instrucciones:** El examen presenta dos opciones A y B; el alumno deberá elegir una de ellas y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**Tiempo:** Una hora y treinta minutos.

**Calificación:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

**OPCIÓN A**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una papelería quiere liquidar hasta 78 kg de papel reciclado y hasta 138 kg de papel normal. Para ello hace dos tipos de lotes, A y B. Los lotes A están formados por 1 kg de papel reciclado y 3 kg de papel normal y los lotes B por 2 kg de papel de cada clase. El precio de venta de cada lote A es de 0,9 euros y el de cada lote B es de 1 euro. ¿Cuántos lotes A y B debe vender para maximizar sus ingresos? ¿A cuánto ascienden estos ingresos máximos?

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = x^3 - 9x.$$

Se pide:

- Calcular sus máximos y mínimos relativos, si existen.
- Calcular el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de la función  $f$  y el eje  $O X$ .

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Una persona cuida de su jardín pero es bastante distraída y se olvida de regarlo a veces. La probabilidad de que se olvide de regar el jardín es  $2/3$ . El jardín no está en muy buenas condiciones, así que si se le riega tiene la misma probabilidad de progresar que de estropearse, pero la probabilidad de que progrese si no se le riega es de 0,25. Si el jardín se ha estropeado, ¿cuál es la probabilidad de que la persona olvidara regarlo?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

En cierta población humana, la media muestral  $\bar{X}$  de una característica se distribuye mediante una distribución normal. La probabilidad de que  $\bar{X}$  sea menor o igual que 75 es 0,58 y la de que  $\bar{X}$  sea mayor que 80 es 0,04. Hallar la media y la desviación típica de  $\bar{X}$ . (Tamaño muestral  $n = 100$ ).

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Encontrar todas las matrices  $X$  cuadradas  $2 \times 2$  que satisfacen la igualdad

$$XA=AX$$

en cada uno de los dos casos siguientes:

a)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

b)  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$

### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la curva de ecuación cartesiana:

$$y = x^2 + 8x$$

Se pide:

a) Calcular las coordenadas del punto en el que la recta tangente a la curva es paralela a la recta

$$y = 2x.$$

b) Calcular el área del recinto plano acotado limitado por las gráficas de la curva dada y de la recta de ecuación cartesiana

$$y = x + 8.$$

### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se considera el experimento consistente en lanzar una moneda equilibrada y un dado equilibrado. Se pide:

a) Describir el espacio muestral de este experimento.

b) Determinar la probabilidad del suceso: *Obtener una cara en la moneda y un número par en el dado.*

### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo de espera en minutos en una ventanilla se supone aproximado mediante una distribución  $N(\mu, \sigma)$  con  $\sigma$  igual a 3 minutos. Se lleva a cabo un muestreo aleatorio simple de 10 individuos y se obtiene que la media muestral del tiempo de espera es de 5 minutos. Determinar un intervalo de confianza al 95% para  $\mu$ .



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2005-2006

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**Instrucciones:** El examen presenta dos opciones A y B; el alumno deberá elegir una de ellas y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**Tiempo:** Una hora y treinta minutos.

**Calificación:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una empresa fabrica láminas de aluminio de dos grosores, finas y gruesas, y dispone cada mes de 400 kg de aluminio y 450 horas de trabajo para fabricarlas. Cada  $m^2$  de lámina fina necesita 5 kg de aluminio y 10 horas de trabajo, y deja una ganancia de 45 euros. Cada  $m^2$  de lámina gruesa necesita 20 kg y 15 horas de trabajo, y deja una ganancia de 80 euros. ¿Cuántos  $m^2$  de cada tipo de lámina debe fabricar la empresa al mes para que la ganancia sea máxima, y a cuánto asciende ésta?

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x^2 - 4}$$

- (a) Encontrar las asíntotas de la función.
- (b) Especificar el signo de la función en las distintas regiones en las que está definida.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Los tigres de cierto país proceden de tres reservas: el 30% de la primera, el 25% de la segunda y el 45% de la tercera. La proporción de tigres albinos de la primera reserva es 0,2%, mientras que dicha proporción es 0,5% en la segunda, y 0,1% en la tercera. ¿Cuál es la probabilidad de que un tigre de ese país sea albino?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de la batería de cierto modelo de teléfono móvil se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 5 meses. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 baterías y se obtienen las siguientes duraciones (en meses):

33, 34, 26, 37, 30, 39, 26, 31, 36, 19

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la duración media de este modelo de batería.

**OPCIÓN B**

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x & +y & +2z & = 2 \\ -2x & +3y & +z & = 1 \\ -x & +ay & +3z & = 3 \end{cases}$$

- (a) Discutir el sistema para los distintos valores de  $a$ .
- (b) Resolver el sistema para  $a = 2$ .

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Representar gráficamente la región acotada limitada por las gráficas de las funciones

$$f(x) = 9 - x^2 \quad , \quad g(x) = 3 + x$$

y obtener su área.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Una urna contiene 10 bolas blancas y 5 negras. Se extraen dos bolas al azar sin reemplazamiento. ¿Cuál es la probabilidad de que sean del mismo color?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

El peso en kg de los estudiantes universitarios de una gran ciudad se supone aproximado por una distribución normal con media 60 kg y desviación típica 8 kg. Se toman 100 muestras aleatorias simples de 64 estudiantes cada una. Se pide:

- (a) La media y la desviación típica de la distribución de la media muestral.
- (b) ¿En cuántas de las 100 muestras cabe esperar una media entre 59 y 61 kg?



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**Instrucciones:** El examen presenta dos opciones A y B; el alumno deberá elegir una de ellas y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**Tiempo:** Una hora y treinta minutos.

**Calificación:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 3 \\ 2x + 2y + az = 8 \end{cases}$$

- (a) Discutir el sistema para los distintos valores de  $a$ .  
(b) Resolver el sistema para  $a = 4$ .

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{(x-3)^2}{x+3}$$

- (a) Determinar las asíntotas de la función.  
(b) Calcular sus máximos y mínimos y determinar sus intervalos de crecimiento.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Según cierto estudio, el 40% de los hogares europeos tiene contratado el acceso a internet, el 33% tiene contratada la televisión por cable, y el 20% disponen de ambos servicios. Se selecciona un hogar europeo al azar.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que sólo tenga contratada la televisión por cable?  
(b) ¿Cuál es la probabilidad de que no tenga contratado ninguno de los dos servicios?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

La edad a la que contraen matrimonio los hombres de la Isla Barataria es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de media 35 años y desviación típica de 5 años. Se elige aleatoriamente una muestra de 100 hombres de dicha isla. Sea  $\bar{X}$  la media muestral de la edad de casamiento.

- (a) ¿Cuáles son la media y la varianza de  $\bar{X}$ ?  
(b) ¿Cuál es la probabilidad de que la edad media de casamiento de la muestra esté comprendida entre 36 y 37 años?

OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titanio y 1 de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 de titanio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 metros de cable de tipo A es de 1500 euros, y por 100 metros de cable de tipo B, 1000 euros.

Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio máximo.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Representar gráficamente la región acotada limitada por las gráficas de las funciones

$$f(x) = \frac{5}{4}x^2, \quad g(x) = \frac{1}{2}(5x + 20), \quad h(x) = \frac{1}{2}(-5x + 20)$$

y obtener su área.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Los pianistas de Isla Sordina se forman en tres conservatorios, C1, C2 y C3, que forman al 40%, 35% y 25% de los pianistas, respectivamente. Los porcentajes de pianistas virtuosos que producen estos conservatorios son del 5%, 3% y 4%, respectivamente. Se selecciona un pianista al azar.

- Calcular la probabilidad de que sea virtuoso.
- El pianista resulta ser virtuoso. Calcular la probabilidad de que se haya formado en el primer conservatorio (C1).

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de las rosas conservadas en agua en un jarrón es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 10 horas. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 rosas y se obtienen las siguientes duraciones (en horas):

57, 49, 70, 40, 45, 44, 49, 32, 55, 45

Hallar un intervalo de confianza al 95% para la duración media de las rosas.



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2006-2007

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**Instrucciones:** El examen presenta dos opciones A y B; el alumno deberá elegir una de ellas y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**Tiempo:** Una hora y treinta minutos.

**Calificación:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dado el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $a$  :

$$\begin{cases} x + ay + z = 1 \\ 2y + az = 2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

- Discutir el sistema para los distintos valores de  $a$ .
- Resolver el sistema para  $a = 3$  y  $a = 1$ .

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Dada la función real de variable real definida por

$$f(x) = \frac{x^2 - x}{x^2 - 3x + 2}$$

- Especificar su dominio de definición.
- Estudiar su continuidad.
- Calcular sus asíntotas, si las hubiera.

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

En el departamento de lácteos de un supermercado se encuentran mezclados y a la venta 100 yogures de 1 marca A, 60 de la marca B y 40 de la marca C. La probabilidad de que un yogur esté caducado es 0,01 para la marca A; 0,02 para la marca B y 0,03 para la marca C. Un comprador elige un yogur al azar.

- Calcular la probabilidad de que el yogur esté caducado.
- Sabiendo que el yogur elegido está caducado, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca B?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la recaudación diaria de los comercios de un barrio determinado es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de desviación típica 328 euros. Se ha extraído una muestra de 100 comercios de dicho barrio, obteniéndose que la recaudación diaria media asciende a 1248 euros. Calcular:

- El intervalo de confianza para la recaudación diaria media con un nivel de confianza del 99%.
- El tamaño muestral mínimo necesario para conseguir, con un nivel de confianza del 95%, un error en la estimación de la recaudación diaria media menor de 127 euros.

OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una aerolínea quiere optimizar el número de filas de clase preferente y de clase turista en un avión. La longitud útil del avión para instalar las filas de asientos es de 104 m, necesiándose 2 m para instalar una fila de clase preferente y 1,5 m para las de clase turista. La aerolínea precisa instalar al menos 3 filas de clase preferente y que las filas de clase turista sean como mínimo el triple que las de clase preferente. Los beneficios por fila de clase turista son de 152 euros y de 206 euros para la clase preferente.

¿Cuántas filas de clase preferente y cuántas de clase turista se deben instalar para obtener el beneficio máximo? Indicar dicho beneficio.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

La gráfica de la función  $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$  satisface las siguientes propiedades:

- Pasa por el punto (0, 0).
- Tiene un máximo local en el punto (1, 2).

Se pide:

- Obtener el valor de los coeficientes  $a$ ,  $b$  y  $c$ .
- Hallar el área de la región acotada del plano limitada por la gráfica de la función  $g(x) = -x^3 + 3x$ , el eje  $OX$  y la recta  $x = 1$ .

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Sean  $A$  y  $B$  dos sucesos aleatorios tales que:

$$P(A) = \frac{3}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{2}, \quad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{1}{20}$$

Calcular:

$$P(A \cup B), \quad P(A \cap B), \quad P(\overline{A}|B), \quad P(\overline{B}|A).$$

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo invertido en cenar por cada cliente de una cadena de restaurantes es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal con desviación típica de 32 minutos. Se quiere estimar la media de dicho tiempo con un error no superior a 10 minutos, y con un nivel de confianza del 95%.

Determinar el tamaño mínimo muestral necesario para poder llevar a cabo dicha estimación.



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2007-2008

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Un agricultor tiene repartidas sus 10 hectáreas de terreno en barbecho, cultivo de trigo y cultivo de cebada. La superficie dedicada al trigo ocupa 2 hectáreas más que la dedicada a la cebada, mientras que en barbecho tiene 6 hectáreas menos que la superficie total dedicada al cultivo de trigo y cebada. ¿Cuántas hectáreas tiene dedicadas a cada uno de los cultivos y cuántas están en barbecho?

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Calcúlese el área de la región plana acotada limitada por las gráficas de las funciones reales de variable real:

$$f(x) = x^2 - x \quad ; \quad g(x) = 1 - x^2.$$

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

En un juego consistente en lanzar dos monedas indistinguibles y equilibradas y un dado de seis caras equilibrado, un jugador gana si obtiene dos caras y un número par en el dado, o bien exactamente una cara y un número mayor o igual que cinco en el dado.

- Calcúlese la probabilidad de que un jugador gane.
- Se sabe que una persona ha ganado. ¿Cuál es la probabilidad de que obtuviera dos caras al lanzar las monedas?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

El tiempo en minutos dedicado cada día a escuchar música por los estudiantes de secundaria de una cierta ciudad se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 15 minutos. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 estudiantes y se obtienen los siguientes tiempos (en minutos):

91 ; 68 ; 39 ; 82 ; 55 ; 70 ; 72 ; 62 ; 54 ; 67

- Determinése un intervalo de confianza al 90% para el tiempo medio diario dedicado a escuchar música por un estudiante.
- Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para conseguir una estimación de la media del tiempo diario dedicado a escuchar música con un error menor que 5 minutos, con un nivel de confianza del 95%.

## OPCIÓN B

### Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Un distribuidor de aceite de oliva compra la materia prima a dos almazaras, A y B. Las almazaras A y B venden el aceite a 2000 y 3000 euros por tonelada, respectivamente. Cada almazara le vende un mínimo de 2 toneladas y un máximo de 7 y para atender a su demanda, el distribuidor debe comprar en total un mínimo de 6 toneladas. El distribuidor debe comprar como máximo a la almazara A el doble de aceite que a la almazara B. ¿Qué cantidad de aceite debe comprar el distribuidor a cada una de las almazaras para obtener el mínimo coste? Determínese dicho coste mínimo.

### Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x}, \quad x \neq 0.$$

- Determínense las asíntotas de  $f$ .
- Calcúlense sus máximos y mínimos relativos y determínense sus intervalos de crecimiento.
- Calcúlese la integral definida  $\int_1^2 f(x) dx$ .

### Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se consideran dos sucesos  $A$  y  $B$  de un experimento aleatorio, tales que:

$$P(A) = \frac{1}{4}, \quad P(B) = \frac{1}{3}, \quad P(A \cup B) = \frac{1}{2}.$$

- ¿Son  $A$  y  $B$  sucesos independientes? Razónese.
- Calcúlese  $P(\bar{A}|\bar{B})$ .

Nota.- La notación  $\bar{A}$  representa al suceso complementario de  $A$ .

### Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

El rendimiento por hectárea de las plantaciones de trigo en una cierta región, se supone que es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 1 tonelada por hectárea. Se ha tomado una muestra aleatoria simple de 64 parcelas con una superficie igual a 1 hectárea cada una, obteniéndose un rendimiento medio de 6 toneladas.

- ¿Puede asegurarse que el error de estimación del rendimiento medio por hectárea es menor que 0,5 toneladas, con un nivel de confianza del 98%? Razónese.
- ¿Qué tamaño muestral mínimo ha de tomarse para que el error en la estimación sea menor que 0,5 toneladas con un nivel de confianza del 95%?



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2007-2008

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

**INSTRUCCIONES:** El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

**CALIFICACIÓN:** La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

**TIEMPO:** 90 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una empresa instala casas prefabricadas de tres tipos A, B y C. Cada casa de tipo A necesita 10 horas de albañilería, 2 de fontanería y 2 de electricista. Cada casa de tipo B necesita 15 horas de albañilería, 4 de fontanería y 3 de electricista. Cada casa de tipo C necesita 20 horas de albañilería, 6 de fontanería y 5 de electricista. La empresa emplea exactamente 270 horas de trabajo al mes de albañilería, 68 de fontanería y 58 de electricista. ¿Cuántas casas de cada tipo instala la empresa en un mes?

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se desea fabricar un acuario con base cuadrada y sin tapa, de capacidad  $500 \text{ dm}^3$ . La base y las paredes del acuario han de estar realizadas en cristal. ¿Cuáles deben ser sus medidas para minimizar la superficie total del cristal empleado?

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se consideran dos actividades de ocio:  $A = \text{ver televisión}$  y  $B = \text{visitar centros comerciales}$ . En una ciudad, la probabilidad de que un adulto practique  $A$  es igual a 0,46; la probabilidad de que practique  $B$  es igual a 0,33 y la probabilidad de que practique  $A$  y  $B$  es igual a 0,15.

- Se selecciona al azar un adulto de dicha ciudad. ¿Cuál es la probabilidad de que no practique ninguna de las dos actividades anteriores?
- Se elige al azar un individuo de entre los que practican alguna de las dos actividades. ¿Cuál es la probabilidad de que practique las dos actividades?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la calificación en Matemáticas obtenida por los alumnos de una cierta clase es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica 1,5 puntos. Se elige una muestra aleatoria simple de tamaño 10 y se obtiene una suma de sus calificaciones igual a 59,5 puntos.

- Determinese un intervalo de confianza al 95% para la calificación media de la clase.
- ¿Qué tamaño ha de tener la muestra para que el error máximo de la estimación sea de 0,5 puntos, con el nivel de confianza del 95%?

OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se desea invertir una cantidad de dinero menor o igual que 125000 euros, distribuidos entre acciones del tipo A y del tipo B. Las acciones del tipo A garantizan una ganancia del 10% anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 30000 euros y un máximo de 81000 euros. Las acciones del tipo B garantizan una ganancia del 5% anual, siendo obligatorio invertir en ellas un mínimo de 25000 euros. La cantidad invertida en acciones del tipo B no puede superar el triple de la cantidad invertida en acciones del tipo A. ¿Cuál debe ser la distribución de la inversión para maximizar la ganancia anual? Determinése dicha ganancia máxima.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 4}, \quad x \neq \pm 2.$$

- Determinése las asíntotas de  $f$ .
- Calcúlense los máximos y mínimos relativos de  $f$  y determinése sus intervalos de crecimiento.
- Calcúlese la integral definida:  $\int_3^5 (x^2 - 4)f(x) dx$ .

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que las señales que emite un determinado telégrafo son *punto* y *raya* y que el telégrafo envía un *punto* con probabilidad  $\frac{3}{7}$  y una *raya* con probabilidad  $\frac{4}{7}$ . Los errores en la transmisión pueden hacer que cuando se envíe un *punto* se reciba una *raya* con probabilidad  $\frac{1}{4}$  y que cuando se envíe una *raya* se reciba un *punto* con probabilidad  $\frac{1}{3}$ .

- Si se recibe una *raya*, ¿cuál es la probabilidad de que se hubiera enviado realmente una *raya*?
- Suponiendo que las señales se envían con independencia, ¿cuál es la probabilidad de que si se recibe *punto-punto* se hubiera enviado *raya-ray*?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

La duración de la vida de una determinada especie de tortuga se supone que es una variable aleatoria, con distribución normal de desviación típica igual a 10 años. Se toma una muestra aleatoria simple de 10 tortugas y se obtienen las siguientes duraciones, en años:

46 ; 38 ; 59 ; 29 ; 34 ; 32 ; 38 ; 21 ; 44 ; 34

- Determinése un intervalo de confianza al 95% para la vida media de dicha especie de tortugas.
- ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra observada para que el error de la estimación de la vida media no sea superior a 5 años, con un nivel de confianza del 90%?



INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $k$ :

$$\begin{cases} x + y + kz = 4 \\ 2x - y + 2z = 5 \\ -x + 3y - z = 0 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores del parámetro  $k$ .
- Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema para  $k = 0$ .

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = (x^2 - 1)^2.$$

- Determinense los extremos relativos de  $f$ .
- Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 3$ .
- Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de  $f$  y el eje  $OX$ .

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se consideran tres sucesos  $A$ ,  $B$ ,  $C$  de un experimento aleatorio tales que:

$$P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{1}{3}; P(C) = \frac{1}{4}; P(A \cup B \cup C) = \frac{2}{3}; P(A \cap B \cap C) = 0; P(A|B) = P(C|A) = \frac{1}{2}.$$

- Calcúlese  $P(C \cap B)$ .
- Calcúlese  $P(\overline{A} \cup \overline{B} \cup \overline{C})$ . La notación  $\overline{A}$  representa al suceso complementario de  $A$ .

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que el gasto mensual dedicado al ocio por una familia de un determinado país se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 55 euros. Se ha elegido una muestra aleatoria simple de 81 familias, obteniéndose un gasto medio de 320 euros.

- ¿Se puede asegurar que el valor absoluto del error de la estimación del gasto medio por familia mediante la media de la muestra es menor que 10 euros con un grado de confianza del 95%? Razónese la respuesta.
- ¿Cuál es el tamaño muestral mínimo que debe tomarse para poder asegurarlo?

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una refinería utiliza dos tipos de petróleo,  $A$  y  $B$ , que compra a un precio de 350 euros y 400 euros por tonelada, respectivamente. Por cada tonelada de petróleo de tipo  $A$  que refina, obtiene 0,10 toneladas de gasolina y 0,35 toneladas de fuel-oil. Por cada tonelada de petróleo de tipo  $B$  que refina, obtiene 0,05 toneladas de gasolina y 0,55 toneladas de fuel-oil. Para cubrir sus necesidades necesita obtener al menos 10 toneladas de gasolina y al menos 50 toneladas de fuel-oil. Por cuestiones de capacidad, no puede comprar más de 100 toneladas de cada tipo de petróleo. ¿Cuántas toneladas de petróleo de cada tipo debe comprar la refinería para cubrir sus necesidades a mínimo coste? Determinar dicho coste mínimo.

Ejercicio 2. (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \frac{2x - 1}{x^2 - x - a}$$

a) Determinense las asíntotas de  $f$ , especificando los valores del parámetro real  $a$  para los cuales  $f$  tiene una asíntota vertical, dos asíntotas verticales, o bien no tiene asíntotas verticales.

b) Para  $a = -1$ , calcúlense los valores reales de  $b$  para los cuales se verifica que  $\int_0^b f(x) dx = 0$ .

Ejercicio 3. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Para la construcción de un luminoso de feria se dispone de un contenedor con 200 bombillas blancas, 120 bombillas azules y 80 bombillas rojas. La probabilidad de que una bombilla del contenedor no funcione es igual a 0,01 si la bombilla es blanca, es igual a 0,02 si la bombilla es azul e igual a 0,03 si la bombilla es roja. Se elige al azar una bombilla del contenedor.

a) Calcúlese la probabilidad de que la bombilla elegida no funcione.

b) Sabiendo que la bombilla elegida no funciona, calcúlese la probabilidad de que dicha bombilla sea azul.

Ejercicio 4. (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la cantidad de agua (en litros) recogida cada día en una estación meteorológica se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 2 litros. Se elige una muestra aleatoria simple y se obtienen las siguientes cantidades de agua recogidas cada día (en litros):

9,1 ; 4,9 ; 7,3 ; 2,8 ; 5,5 ; 6,0 ; 3,7 ; 8,6 ; 4,5 ; 7,6

a) Determinese un intervalo de confianza para la cantidad media de agua recogida cada día en dicha estación, con un grado de confianza del 95%.

b) Calcúlese el tamaño muestral mínimo necesario para que al estimar la media del agua recogida cada día en la estación meteorológica mediante la media de dicha muestra, la diferencia en valor absoluto entre ambos valores sea inferior a 1 litro, con un grado de confianza del 98%.



UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID  
PRUEBA DE ACCESO A ESTUDIOS UNIVERSITARIOS (LOGSE)

Curso 2008-2009

MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SOCIALES II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir una de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

CALIFICACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Una carpintería vende paneles de contrachapado de dos tipos  $A$  y  $B$ . Cada  $m^2$  de panel del tipo  $A$  requiere 0,3 horas de trabajo para su fabricación y 0,2 horas para su barnizado, proporcionando su venta un beneficio de 4 euros. Cada  $m^2$  de panel del tipo  $B$  requiere 0,2 horas de trabajo para su fabricación y 0,2 horas para su barnizado, proporcionando su venta un beneficio de 3 euros. Sabiendo que en una semana se trabaja un máximo de 240 horas en el taller de fabricación y de 200 horas en el taller de barnizado, calcular los  $m^2$  de cada tipo de panel que debe vender semanalmente la carpintería para obtener el máximo beneficio. Calcular dicho beneficio máximo.

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 24 & \text{si } x \leq -3 \\ x^2 + 9 & \text{si } -3 < x \leq 2 \\ -x + 15 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- Representétese gráficamente la función  $f$ .
- Hállese la ecuación de la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- Calcúlese el área del recinto plano acotado limitado por la gráfica de  $f$  y el eje  $OX$ .

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

En un cierto banco el 30% de los créditos concedidos son para vivienda, el 50% se destinan a empresas y el 20% son para consumo. Se sabe además que de los créditos concedidos a vivienda, el 10% resultan impagados, de los créditos concedidos a empresas son impagados el 20% y de los créditos concedidos para consumo resultan impagados el 10%.

- Calcúlese la probabilidad de que un crédito elegido al azar sea pagado.
- ¿Cuál es la probabilidad de que un crédito elegido al azar se haya destinado a consumo, sabiendo que se ha pagado?

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que el tiempo de una conversación en un teléfono móvil se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 1,32 minutos. Se desea estimar la media del tiempo de las conversaciones mantenidas con un error inferior o igual en valor absoluto a 0,5 minutos y con un grado de confianza del 95%.

- Calcúlese el tamaño mínimo de la muestra que es necesario observar para llevar a cabo dicha estimación mediante la media muestral.
- Si se supone que la media del tiempo de las conversaciones es de 4,36 minutos y se elige una muestra aleatoria simple de 16 usuarios, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo medio de las conversaciones de la muestra esté comprendido entre 4 y 5 minutos?

OPCIÓN B

**Ejercicio 1.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

Se considera el siguiente sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real  $k$ :

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + ky + z = 3 \\ kx - 3z = 6 \end{cases}$$

- Discútase el sistema según los diferentes valores de  $k$ .
- Resuélvase el sistema en el caso en que tenga infinitas soluciones.
- Resuélvase el sistema para  $k = 3$ .

**Ejercicio 2.** (Puntuación máxima: 3 puntos)

El beneficio semanal (en miles de euros) que obtiene una central lechera por la producción de leche desnatada está determinado por la función:

$$B(x) = -x^2 + 7x - 10$$

en la que  $x$  representa los hectolitros de leche desnatada producidos en una semana.

- Representese gráficamente la función  $B(x)$  con  $x \geq 0$ .
- Calcúlense los hectolitros de leche desnatada que debe producir cada semana la central lechera para maximizar su beneficio. Calcúlese dicho beneficio máximo.
- Calcúlense las cantidades mínima y máxima de hectolitros de leche desnatada que debe producir la central lechera cada semana para no incurrir en pérdidas (es decir, beneficio negativo).

**Ejercicio 3.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

La probabilidad de que a un habitante de un cierto pueblo de la Comunidad de Madrid le guste la música moderna es igual a 0,55; la probabilidad de que le guste la música clásica es igual a 0,40 y la probabilidad de que no le guste ninguna de las dos es igual a 0,25. Se elige al azar un habitante de dicho pueblo. Calcúlese la probabilidad de que le guste:

- al menos uno de los dos tipos de música.
- la música clásica y también la música moderna.
- sólo la música clásica.
- sólo la música moderna.

**Ejercicio 4.** (Puntuación máxima: 2 puntos)

Se supone que la estancia (en días) de un paciente en un cierto hospital se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 9 días. De una muestra aleatoria simple formada por 20 pacientes, se ha obtenido una media muestral igual a 8 días.

- Determinése un intervalo de confianza del 95% para la estancia media de un paciente en dicho hospital.
- ¿Cuál debe ser el tamaño muestral mínimo que ha de observarse para que dicho intervalo de confianza tenga una longitud total inferior o igual a 4 días?